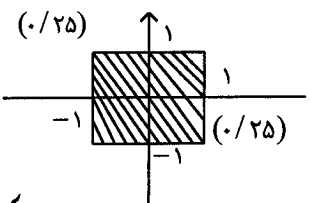


|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال                     | رشته: ریاضی و فیزیک             |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳          |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی |
| ردیف  | راهنمای تصحیح                   |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| ۱                     | $P(1): \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/25) \quad P(K): \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^K} = 1 - \frac{1}{2^K} \quad (0/25)$ $P(K+1): \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^K} + \frac{1}{2^{K+1}} = 1 - \frac{1}{2^{K+1}} \quad (0/5)$ $1 - \frac{1}{2^K} + \frac{1}{2^{K+1}} = 1 + \frac{-2+1}{2^{K+1}} = 1 - \frac{1}{2^{K+1}} \quad (0/25)$  |
| ۲                     | $x^2 + y^2 \geq 2(x+y-1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x + y^2 - 2y + 1 \geq 0 = (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$ <p style="text-align: center;">(0/25) (0/25) (0/25) (0/25)</p> <p style="text-align: right;">همواره برقرار است.</p>   |
| ۳                     | <p>از برهان خلف استفاده می کنیم پس اگر <math>1 + \sqrt{3}</math> اصم نباشد آنگاه گویا ست: (0/25)</p> $\begin{cases} a, b \in \mathbb{Z} \\ b \neq 0 \end{cases} \quad 1 + \sqrt{3} = \frac{a}{b} \quad (0/25) \quad \sqrt{3} = \frac{a}{b} - 1 \quad (0/25) \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a-b}{b} \quad (0/25) \quad \sqrt{3} = \frac{p}{q} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">تناقض (0/25)</p>  |
| ۴                     | <p>هر سال ۳۶۵ روز است اگر دانش آموزان را به منزله کبوتر و روزهای سال را به منزله لانه کبوتر در نظر بگیریم ۳۶۵ (۸۰۰) طبق اصل لانه کبوتر، (0/25)</p> <p>حداقل ۳ دانش آموز در یک روز سال متولد شده اند. (0/5)</p> $800 \overline{) 365} \quad (0/25) \quad 2+1=3$   |
| ۵                     | $\forall (2k) + 2k' + 1 = 2k + 2k' + 1 = 2 \left( \frac{2k+2k'}{2} \right) + 1 = 2q + 1 \quad k, k' \in \mathbb{Z}$ <p style="text-align: center;">(0/25) (0/25) (0/25)</p>  |
| ۶                     | <p>اول طرف <math>(A \cup B) - (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') = [(A \cup B) \cap B'] \cap C'</math> (0/25)</p> <p>دوم طرف <math>[(A \cap B') \cup (B \cap B')] \cap C' = [(A \cap B') \cup \emptyset] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C</math> (0/25)</p>  |
| ۷                     | $A = \left\{ \frac{1}{4}, 1, 4 \right\} \quad (0/25) \quad B = \{ -1, 0, 1 \} \quad (0/25)$ $A \times B = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in B \} \quad A^c = \{ (x, y) \mid x \in A, y \in A \}$ $A \times B = \left\{ \left( \frac{1}{4}, -1 \right), \left( \frac{1}{4}, 0 \right), \left( \frac{1}{4}, 1 \right), (1, -1), (1, 0), (1, 1), (4, -1), (4, 0), (4, 1) \right\} \quad (0/25)$ $A^c = \left\{ \left( \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right), \left( \frac{1}{4}, 1 \right), \left( \frac{1}{4}, 4 \right), \left( 1, \frac{1}{4} \right), (1, 1), (1, 4), \left( 4, \frac{1}{4} \right), (4, 1), (4, 4) \right\} \quad (0/25)$ $A \times B - A^c = \left\{ \left( \frac{1}{4}, -1 \right), \left( \frac{1}{4}, 0 \right), (1, -1), (1, 0), (4, -1), (4, 0) \right\} \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">رسم شکل (0/25)</p> |
| «ادامه در صفحه ی دوم» |  |

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال                     | رشته: ریاضی و فیزیک             |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳          |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی |
| ردیف  | راهنمای تصحیح                   |

|    |   |
|----|---|
| ۸  | <p>الف) <math>(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^r - t^r = z^r - y^r</math></p> <p><math>(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow x^r - y^r = x^r - y^r \quad (./25) \quad (1)</math></p> <p><math>\begin{cases} (x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^r - t^r = z^r - y^r \\ (z, t)R(x, y) \Leftrightarrow z^r - y^r = x^r - t^r \end{cases} \quad (./5) \quad (2)</math></p> <p><math>(x, y)R(z, t) \text{ و } (z, t)R(m, n) \Rightarrow (x, y)R(m, n)</math></p> <p><math>\begin{cases} x^r - t^r = z^r - y^r \\ z^r - n^r = m^r - t^r \end{cases} \quad \text{طرفین را جمع می کنیم} \quad x^r - t^r + z^r - n^r = z^r - y^r + m^r - t^r</math></p> <p><math>\Rightarrow x^r - n^r = m^r - y^r \quad (./5) \quad (3)</math></p> <p>از (۱) و (۲) و (۳) نتیجه می گیریم <math>R</math> یک رابطه‌ی هم ارزی است.</p> <p>ب) <math>[(-2, 3)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(-2, 3)\} = \{(x, y) \mid x^r - 3^r = (-2)^r - y^r \Rightarrow x^r + y^r = 1\} \quad (./5)</math></p> |
| ۹  | <p><math>R = \{(x, y) \in R^2 \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\} \quad (./25)</math></p>   |
| ۱۰ | <p>الف) <math>S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\} \quad (./5)</math></p> <p>ب) <math>A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\} \quad (./5)</math></p> <p>ج) <math>B = \{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\} \quad (./5)</math></p> <p>د) <math>B' = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)\} \quad (./25)</math></p> <p><math>A \cap B' = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)\} \quad (./25)</math></p>   |
| ۱۱ | <p><math>n(S) = \binom{15}{3} \quad (./25) \quad \text{الف) } P(A) = \frac{\binom{10}{3}}{\binom{15}{3}} \quad (./25) \quad \text{ب) } P(B) = \frac{\binom{5}{1} \binom{10}{2}}{\binom{15}{3}} \quad (./5)</math></p>   |
| ۱۲ | <p><math>P(2) = P(4) = P(6) = W \quad P(1) = P(3) = P(5) = 5W \quad (./25)</math></p> <p><math>P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (./25)</math></p> <p><math>5W + W + 5W + W + 5W + W = 1 \quad (./25) \quad 18W = 1 \quad W = \frac{1}{18} \quad (./25)</math></p> <p><math>P(1) = P(3) = P(5) = 5\left(\frac{1}{18}\right) = \frac{5}{18} \quad (./25) \quad P(2) = P(4) = P(6) = \frac{1}{18} \quad (./25)</math></p> <p>« ادامه در صفحه سوم »</p>  |

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال                     | رشته: ریاضی و فیزیک             |
| سال سوم آموزش متوسطه  | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳          |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی |
| ردیف  | راهنمای تصحیح                   |

|   |  |    |
|---|--|----|
| $a(s) = \pi R^2 = \pi(2^2) = 4\pi$ (۰/۵)<br>$a(A) = \pi R^2 = \pi(1^2) = \pi$ (۰/۲۵)<br>$P(A) = \frac{a(A)}{a(s)} = \frac{\pi}{4\pi} = \frac{1}{4}$ (۰/۵)   |  | ۱۳ |
| $P(A) = \frac{\binom{10}{7}}{2^{10}}$ (۰/۵)   |  | ۱۴ |
| $A = (A - B) \cup (A \cap B)$ (۰/۲۵) می دانیم<br>$= (A \cap B') \cup (A \cap B)$ (۰/۲۵)<br>از طرفی دو پیشامد $A \cap B$ و $A \cap B'$ از هم جدا هستند. لذا داریم :<br>$P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B)$ (۰/۲۵)<br>$P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵)  |  | ۱۵ |
| $P(A') = \frac{3}{8} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ (۰/۲۵) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵)<br>الف) $\frac{6}{8} = \frac{5}{8} + P(B) - \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) $P(B) = \frac{11}{24}$ (۰/۲۵)<br>ب) $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$ (۰/۲۵)<br>$P(B - A) = \frac{11}{24} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{11-8}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ (۰/۲۵) |  | ۱۶ |
| جمع نمره ۲۰   |  |    |

همکار محترم ضمن عرض خسته نباشید ، لطفاً راه حل های صحیح دیگر را به تناسب بارم بندی نمایید.