

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۶ / ۳ / ۱۳۸۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروضند . الف : بدون تشکیل ضابطه ، دامنه ی تابع $f \circ g$ را تعیین کنید . ب : در صورت وجود ضابطه ی تابع $f \circ g$ را بنویسید .	۱/۲۵
۲	اگر باقیمانده ی تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x-1$ و $x+2$ به ترتیب برابر ۱ و ۴ باشد ، باقیمانده ی تقسیم $p(x)$ بر x^2+x-2 را حساب کنید .	۱
۳	تابع $f: R \rightarrow R$ زوج و تابع $g: R \rightarrow R$ فرد می باشند . بررسی کنید آیا توابع $f \circ g$ و $f+g$ می توانند زوج یا فرد باشند ؟ چرا ؟	۱
۴	ثابت کنید تابع $f(x) = x^2 + 1$ در بازه ی $(-\infty, 0]$ یک به یک است سپس ضابطه ی تابع معکوس تابع f را تعیین کنید .	۱
۵	درستی رابطه ی رو به رو را ثابت کنید . $\sin 25^\circ \cos 65^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 50^\circ$	۰/۷۵
۶	حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x \cdot \sin 3x}{4x^3}$ د) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{[x]-2}$	۳
۷	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع f با ضابطه ی $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 - 1}$ را در صورت وجود بدست آورید .	۰/۷۵
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} x-1+a & x < 0 \\ b & x = 0 \\ \frac{x}{\tan x} & x > 0 \end{cases}$ در نقطه ی $x_0 = 0$ پیوسته باشد .	۱/۲۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۶ / ۳ / ۱۳۸۵	
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	الف) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x} \cdot \sin(3x)$ $g(x) = \text{Arc sin}(\Delta x) - \tan\left(\frac{1}{x}\right)$ ب) اگر $f'(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ باشد، مشتق تابع $y = f(\Delta x^2 - x)$ را نسبت به x تعیین کنید.	۱/۲۵
۱۰	نقاطی از منحنی تابع $y = x^3 - 3x^2$ را بیابید که مماس بر منحنی در آن نقاط موازی محور x ها باشد.	۱
۱۱	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x}$ را رسم کنید.	۱
۱۲	آهنگ تغییر مساحت دایره ای به شعاع R را نسبت به R در $R_0 = 2$ حساب کنید.	۰/۷۵
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{(x+2)\sin^2 x}$ را در نقطه $x_0 = 0$ بررسی کنید.	۱
۱۴	معادله $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$ را حل کرده و جوابهای بین 0 و 2π را تعیین کنید.	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \text{Arc cos}\left(\frac{1}{x}\right)$ را رسم کنید سپس نقاط بحرانی تابع را تعیین کنید.	۱/۵
۱۶	معادله $x^2 y^2 = 25$ را در نقطه $A(1, 5)$ بنویسید.	۰/۷۵
۱۷	اولاً: نمودار تابع $f(x) = 2 - x - 1 $ را رسم کنید. ثانیاً: مقدار $\int_{-3}^2 f(x) dx$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۲۰

باسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۵ / ۳ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$D_f = [1, +\infty)$ و $D_g = R - \{0\}$ (./۲۵) $D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in R - \{0\} \mid \frac{1}{x} \geq 1 \right\} = (0, 1]$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) $f \circ g(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - 1}$ (./۲۵)	۱/۲۵
۲	$p(x) = (x-1)(x+2) \cdot Q(x) + ax + b$ $\begin{cases} p(1) = 1 \\ p(-2) = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b=1 & (./۲۵) \\ -2a+b=4 & (./۲۵) \end{cases} \rightarrow a=-1 \text{ (./۲۵), } b=2 \text{ (./۲۵)} \rightarrow R(x) = -x+2$	۱
۳	$D_{f \cdot g} = D_{f+g} = D_f \cap D_g$ (./۲۵) $\rightarrow x \in D_f \cap D_g \rightarrow -x \in D_f \cap D_g$ (./۲۵) $(f \cdot g)(-x) = -f(x) \cdot g(x) \rightarrow$ فرد $f \cdot g$ (./۲۵) $(f+g)(-x) = f(-x) + g(-x) = f(x) - g(x) \rightarrow$ نه زوج و نه فرد $f+g$ (./۲۵)	۱
۴	$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1^2 + 1 = x_2^2 + 1 \rightarrow x_1 = x_2 $ (./۲۵) $\rightarrow x_1 = x_2 \rightarrow$ f یک به یک است (./۲۵) $y = x^2 + 1 \rightarrow x = \sqrt{y-1} \rightarrow -x = \sqrt{y-1}$ (./۲۵) $\rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}, x \geq 1$ (./۲۵)	۱
۵	$\sin 25^\circ \cos 65^\circ = \frac{1}{2} [\sin(25^\circ + 65^\circ) + \sin(25^\circ - 65^\circ)] = \frac{1}{2} [\sin 90^\circ - \sin 40^\circ] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 40^\circ = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 50^\circ$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵)	۰/۷۵
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x - \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x+1}} \times \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x + \sqrt{x^2 + 2x}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x}{(x + \sqrt{x+1}) \left(x + x \sqrt{1 + \frac{2}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x(2x)} = 0$ (./۲۵) (./۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2 + x - 3)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x^2 + x - 3)}{x-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x \cdot \sin x \cdot \sin 3x}{4x \cdot x \cdot 3x} = \frac{3}{4}$ (./۲۵) (./۵) د) حد ندارد زیرا برای x بیشتر از ۲ و نزدیک به ۲ تعریف نشده (۰/۵) یا $\frac{0}{0}$ حدهی مطلق حد وجود ندارد.	۳
	«ادامه در صفحه ی دوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

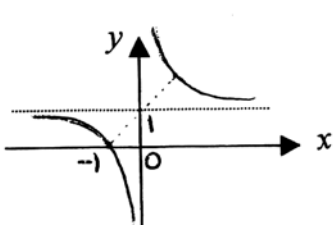
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 3 \rightarrow y = 3$ (مجانِب افقی) (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^{\pm}} f(x) = \pm\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^{\pm}} f(x) = \pm\infty \rightarrow x = -1, x = 1$ (مجانِب قائم) (۰/۵)	۰/۷۵
---	---	------

۸	شرط پیوستگی در $x_0 = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a - 1$ (۰/۲۵), $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵), $f(0) = b$ $1 = a - 1 = b \rightarrow b = 1, a = 2$ (۰/۵)	۱/۲۵
---	---	------

۹	الف) $f'(x) = \frac{2x-5}{\sqrt[3]{(x^2-5x)^2}} \cdot \sin(3x) + 3 \cos(3x) \cdot \sqrt[3]{x^2-5x}$ (۰/۲۵) $g'(x) = \frac{5}{\sqrt{1-(\Delta x)^2}} - (-\frac{1}{x^2})(1 + \tan^2(\frac{1}{x}))$ (۰/۲۵) ب) $y' = (1-x-1)f'(\Delta x^2 - x) = (1-x-1)\sqrt{(\Delta x^2 - x)^2 + 1}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
---	---	------

۱۰	$y' = 3x^2 - 6x = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow 3x(x-2) = 0$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} x=0, y=0 & (۰/۲۵) \\ x=2, y=-4 & (۰/۲۵) \end{cases}$	۱
----	--	---

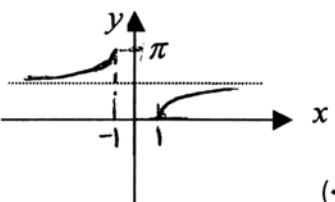
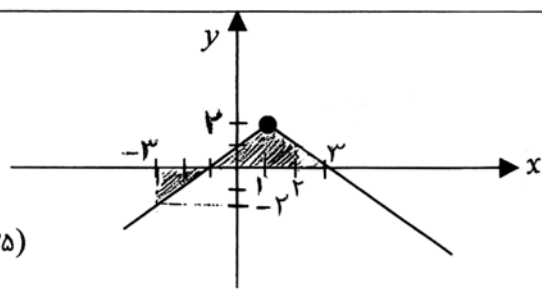
۱۱	$y' = \frac{-1}{x^2} < 0$ (۰/۲۵) $x = -1 \rightarrow y = 0$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow 0^{\pm}} y = \pm\infty \rightarrow y = 1, x = 0$ (۰/۲۵) مجانبها  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">—</td> <td colspan="2">—</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$1 \searrow$</td> <td>$0 \searrow$</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+\infty \searrow 1$</td> </tr> </table> جدول (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	y'	—		—		y	$1 \searrow$	$0 \searrow$	$-\infty$	$+\infty \searrow 1$	۱
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$													
y'	—		—														
y	$1 \searrow$	$0 \searrow$	$-\infty$	$+\infty \searrow 1$													

۱۲	$S = \pi R^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow S' = 2\pi R$ (۰/۲۵) $\rightarrow S'(2) = 4\pi$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
----	---	------

« ادامه در صفحه ی سوم »

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۳ / ۱۳۸۵
دانش آموزان و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره															
۱۳	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+2)} \sin^2 x}{x} \quad (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ \sin x \sqrt{x+2}}{x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = \sqrt{2} \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} \cdot \sqrt{x+2} = -\sqrt{2} \quad (0/25) \end{cases}$ <p style="text-align: right;">f در $x_0 = 0$ مشتق پذیر نیست (0/25)</p>	۱															
۱۴	$\sin x = \frac{-3}{2} \quad \text{غیر قابل قبول (0/25), } \sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$	۱															
۱۵	$-1 \leq \frac{1}{x} \leq 1 \rightarrow \frac{1}{ x } \leq 1 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{\pi}{2} \quad (0/25), \quad f(-1) = \pi, \quad f(1) = 0$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> $f'(x) = \frac{1}{x^2} > 0 \quad (0/25)$ $\sqrt{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2}$  </div> <table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td style="background-color: #cccccc;">-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\nearrow \pi$</td> <td>\circ</td> <td>$\nearrow \frac{\pi}{2}$</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">جدول (0/25)</p> <p style="text-align: center;">نقاط بحرانی $(-1, \pi)$, $(1, 0)$ (0/25)</p> </div>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'		+	-	+	y	$\frac{\pi}{2}$	$\nearrow \pi$	\circ	$\nearrow \frac{\pi}{2}$	۱/۵
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'		+	-	+													
y	$\frac{\pi}{2}$	$\nearrow \pi$	\circ	$\nearrow \frac{\pi}{2}$													
۱۶	$y' = -\frac{y}{x} \quad (0/25) \rightarrow m = -5 \quad (0/25) \rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y = -5x + 10 \quad (0/25)$	۰/۷۵															
۱۷	$x = 1 \rightarrow y = 2$ $y = 0 \rightarrow x - 1 = 2 \rightarrow x = 3, \quad x = -1$ <p style="text-align: center;">رسم شکل (0/5)</p> $\int_{-3}^3 f(x) dx = -\frac{2 \times 2}{2} + \frac{2 \times 2}{2} + \frac{(1+2) \times 1}{2} = \frac{3}{2} \quad (0/75)$ 	۱/۲۵															
۲۰	جمع نمره																

باسلام لطفاً بازم را به تناسب برای روش های حل درست دیگر تقسیم فرمایید.