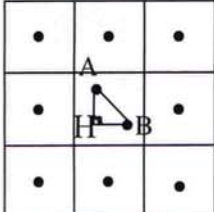


| | | |
|---|---------------------|---|
| ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح | رشته‌ی: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲ | | سال سوم آموزش متوسطه |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | |
|-------------------------|---|---|
| ۲ | <p>الف) نادرست (۰/۲۵) $x = 1$ مثل نقض ارائه شود، مثل $x = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>فرض $x = \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, $y = \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$</p> <p>حکم $xy = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) درست (۰/۲۵) و آن را اثبات می کنیم: (۰/۲۵)</p> $xy = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} = \frac{p}{q} \quad (۰/۲۵)$ <p>چون d, c, b, a همگی عدد صحیح هستند و اعداد صحیح نسبت به جمع و ضرب و تفریق بسته هستند پس q, p هم عدد صحیح بوده و همچنین $b \neq 0$ و $d \neq 0$ پس $bd = q \neq 0$ پس $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود، مثل $xy = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 0$ (۰/۲۵)</p> | ۱ |
| ۱ | <p>$p(1) = \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}$ (۰/۲۵)</p> <p>$p(k) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} = 1 - \frac{1}{3^k}$ فرض استقراء (۰/۲۵)</p> <p>$p(k+1) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}$ حکم استقراء (۰/۲۵)</p> <p>$p(k+1) = 1 - \frac{1}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 + \frac{-3+2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}}$ (۰/۲۵)</p> | ۲ |
| ۰/۷۵ | <p>فرض $\sqrt{y} \in \mathbb{Q}'$, $x \in \mathbb{Q}$ (۰/۲۵)</p> <p>حکم $x + \sqrt{y} \in \mathbb{Q}'$</p> <p>خلاف حکم $x + \sqrt{y} = \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{a}{b} - x \Rightarrow$ (۰/۲۵)</p> <p>تفریق دو گویا، گویا است و مساوی گنگ نمی شود پس به تناقض رسیده یعنی حکم برقرار است. (۰/۲۵)</p> | ۳ |
| ۱ | <p>بر طبق اصل لانه کبوتر، ۱۰ نقطه = تعداد کبوترها و ۹ مربع = تعداد لانه ها</p> <p>$10 > 9$ پس حداقل ۲ نقطه درون یک مربع قرار دارند. (۰/۲۵)</p> <p>$AB^2 = AH^2 + BH^2 < \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow AB < \frac{\sqrt{2}}{3}$ (۰/۲۵)</p>  | ۴ |
| « ادامه در صفحه ی دوم » | | |

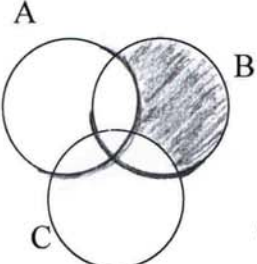
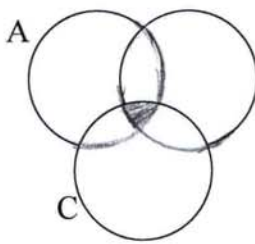
| | | |
|---|------------------------------|----------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته‌ی: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲ | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ | مرکز سنجش آموزش و پرورش | http://aee.medu.ir |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

| | | |
|----|--|------|
| ۵ | $xy \leq \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی درست است. (0/25)</p> | 0/75 |
| ۶ | <p>مجموعه دلخواه را A در نظر بگیریم به برهان خلف $\phi \subset A$ (0/25) پس باید ϕ عضوی داشته باشد که در A نیست و این تناقض با تعریف تهی را دارد. (0/25)</p> | 0/5 |
| ۷ | $(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B) = (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A)$ <p>(0/25)</p> $= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B-A) = \underbrace{A \cap (B' \cup B)}_{A \cap U} \cup (B-A) = (0/25)$ $A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B \quad (0/25)$ <p>(0/25)</p> | 1/5 |
| ۸ | <p>الف) $\bigcap_{i=1}^4 A_i = [-1, 0]$ (0/25)</p> <p>ب) $\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 3]$ (0/25)</p> | 0/5 |
| ۹ | <p>$A = \{1, 2, 3\}$ (0/25) , $B = \left\{ \frac{1}{3}, 1, 3 \right\}$ (0/5)</p> <p>$B \times A = \left\{ \left(\frac{1}{3}, 1 \right), \left(\frac{1}{3}, 2 \right), \left(\frac{1}{3}, 3 \right), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3) \right\}$ (0/75)</p> | 1/5 |
| ۱۰ | <p>الف) ۱) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^2 + 5y = x^2 + 5y$ (0/25) رابطه بازتابی</p> <p>۲) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$</p> <p>$(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t \Rightarrow z^2 + 5t = x^2 + 5y \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ (0/25) رابطه تقارنی</p> <p>۳) $(x, y) R (z, t), (z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$</p> <p>$(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t$</p> <p>$(z, t) R (e, f) \Rightarrow z^2 + 5t = e^2 + 5f$</p> <p>$\Rightarrow x^2 + 5y = e^2 + 5f \Rightarrow (x, y) R (e, f)$</p> <p>(0/5) رابطه تعدی</p> <p>ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 2)\}$ (0/25)</p> <p>$x^2 + 5y = (-1)^2 + 5 \times 2$</p> <p>$x^2 + 5y = 11$</p> <p>$x^2 + 5y - 11 = 0 \quad (0/25)$</p> | 1/5 |
| | « ادامه در صفحه ی سوم » | |

| | | |
|---|----------------------|---|
| ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح | رشته‌ی : ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۹ / ۱۰ / ۱۲ | | سال سوم آموزش متوسطه |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۹ |

| | | |
|------|---------------|------|
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |
|------|---------------|------|

| | | |
|---|---|----|
| ۱ | <p>الف) $B - (A \cup C)$ (۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \cap B \cap C$ (۰/۲۵)</p>  <p>(۰/۲۵)</p> | ۱۱ |
|---|---|----|

| | | |
|---|---|----|
| ۱ | <p>$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4)\}$ (۰/۷۵)</p> <p>$B = \{(1, 4)\}$ (۰/۲۵)</p> | ۱۲ |
|---|---|----|

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ | <p>$p(a) = \frac{1}{7}$ (۰/۲۵) , $p(a) + p(b) = 1$ (۰/۵) $\Rightarrow \frac{1}{7} p(b) + p(b) = 1 \Rightarrow$</p> <p>$p(b) = \frac{7}{8}$ (۰/۲۵) و $p(a) = \frac{1}{8}$ (۰/۲۵)</p> <p>$A = 3p(a) + \frac{1}{7} p(b) = \frac{3}{8} + \frac{7}{16} = \frac{13}{16}$ (۰/۲۵)</p> | ۱۳ |
|-----|---|----|

| | | |
|-----|--|----|
| ۱/۵ | <p>$P(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{7^4}$ (۰/۵) صورت کسر هر قسمت (۰/۲۵) و مخرج کسر (۰/۵)</p> | ۱۴ |
|-----|--|----|