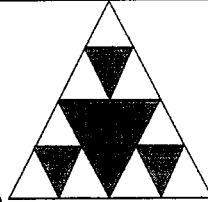
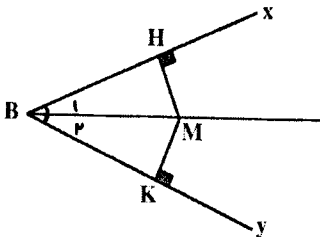


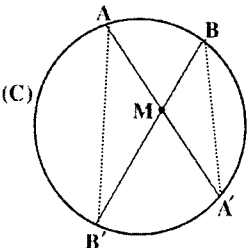
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<table border="1"> <tr> <td>مرحله</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>...</td> <td>n</td> </tr> <tr> <td>تعداد مثلث‌ها</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>۹</td> <td>...</td> <td><math>3^n</math></td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> 	مرحله	۰	۱	۲	...	n	تعداد مثلث‌ها	۱	۳	۹	...	$3^n$	۱
مرحله	۰	۱	۲	...	n									
تعداد مثلث‌ها	۱	۳	۹	...	$3^n$									
۲	الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) د) درست (۰/۲۵)	۱												
۳	<p>فرض کنیم <math>M</math> نقطه‌ای دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاع <math>ABC</math> باشد از <math>M</math> به رأس‌های <math>A</math>، <math>B</math> و <math>C</math> وصل می‌کنیم. (۰/۲۵) اگر ارتفاع مثلث <math>ABC</math> باشد داریم <math>S_{ABC} = S_{AMC} + S_{AMB} + S_{BMC}</math> (۰/۲۵)</p> <p>پس: (۰/۲۵) <math>AB = AC = BC</math> چون <math>\frac{1}{2}h \times BC = \frac{1}{2}MH \times BC + \frac{1}{2}MH' \times AC + \frac{1}{2}MH'' \times AB</math></p> <p>(۰/۲۵) <math>h = MH + MH' + MH''</math> بنابراین مجموع فواصل نقطه <math>M</math> از اضلاع، مقدار ثابت <math>h</math> می‌باشد</p>	۱												
۴	<p>فرض: <math>\hat{A} &gt; \hat{B}</math> حکم: <math>BC &gt; AC</math></p> <p>برهان خلف: فرض می‌کنیم <math>AC \geq BC</math> (۰/۲۵) دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:</p> <p>الف) <math>AC = BC</math> در این حالت مثلث متساوی‌الساقین است. پس <math>\hat{A} = \hat{B}</math> که این خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>ب) <math>AC &gt; BC</math> در این حالت با توجه به قضیه لولا <math>\hat{A} &lt; \hat{B}</math> که این نیز خلاف فرض است. (۰/۵)</p> <p>پس فرض خلف باطل است و حکم درست می‌باشد.</p>	۱/۲۵												
۵	<p>مرحله اول: نقطه <math>M</math> را روی نیمساز زاویه <math>\hat{XBY}</math> در نظر می‌گیریم از <math>M</math> خط‌هایی بر ضلع‌های <math>BX</math> و <math>BY</math> عمود می‌کنیم (۰/۲۵) تا آنها را به ترتیب در <math>H</math> و <math>K</math> قطع کنند دو مثلث <math>BMH</math> و <math>BMK</math> به حالت (وتر و یک زاویه تند) همنهشت هستند، پس <math>MH = MK</math> (۰/۵)</p> <p>مرحله دوم: اگر نقطه <math>M</math> از دو ضلع <math>BX</math> و <math>BY</math> به فاصله‌ی یکسان باشد (۰/۲۵) چون دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی <math>BMH</math> و <math>BMK</math> به حالت تساوی وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند پس <math>\hat{B}_1 = \hat{B}_2</math> (۰/۵) یعنی خطی که از <math>B</math> و <math>M</math> می‌گذرد نیمساز زاویه <math>\hat{XBY}</math> است.</p> 	۱/۵												
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»													

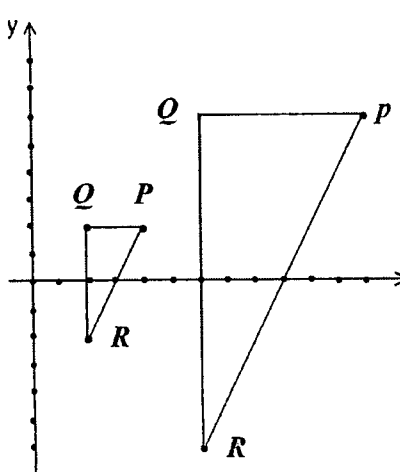
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	<p>می دانیم که طول مماس های رسم شده از نقطه ای خارج یک دایره با هم برابر است .</p> $AB + AC + BC = AB + AC + BD + DC = AB + AC + BE + CF \quad (۰/۵)$ $= AE + AF = ۲AE \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابراین محیط مثلث <math>ABC</math> مستقل از نقطه ی <math>D</math> بوده و مقدار آن ثابت است .</p>	۱
۷	<p>زاویه ی ظلی <math>B\hat{A}T</math> را در دایره ی به مرکز <math>O</math> در نظر می گیریم قطر <math>AD</math> از این دایره را رسم می کنیم و از <math>D</math> به نقطه <math>B</math> وصل می نماییم <math>(۰/۲۵)</math> زاویه ی <math>A\hat{B}D</math> محاطی روبرو به قطر مساوی <math>۹۰^\circ</math> است پس</p> $D\hat{A}B + B\hat{A}T = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۲) \quad \text{از طرفی} \quad A\hat{D}B + D\hat{A}B = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad (۱)$ <p>از رابطه (۱) و (۲) نتیجه می شود <math>B\hat{A}T = A\hat{D}B</math> <math>(۰/۲۵)</math> اما می دانیم <math>A\hat{D}B = \frac{\widehat{AB}}{۲}</math> پس <math>B\hat{A}T = \frac{\widehat{AB}}{۲}</math> <math>(۰/۲۵)</math></p>	۱/۲۵
۸	$۵۰^\circ = \frac{z-t}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z-t = ۱۰۰^\circ \quad \text{و} \quad ۷۰^\circ = \frac{z+t}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z+t = ۱۴۰^\circ$ $\Rightarrow t = ۲۰^\circ \quad (۰/۲۵) \quad \text{و} \quad z = ۱۲۰^\circ \quad (۰/۲۵)$	۱
۹	<p>برهان: از <math>A</math> به <math>B'</math> و از <math>B</math> به <math>A'</math> وصل می کنیم ، دو مثلث <math>MA'B'</math> و <math>MAB'</math> متشابهند <math>(۰/۲۵)</math> زیرا:</p>  $\left. \begin{aligned} A\hat{M}B' &= A'\hat{M}B \\ \hat{A} &= \hat{B} = \frac{A'B'}{۲} \end{aligned} \right\} (۰/۵) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MB'}{MA'} \quad (۰/۲۵)$ <p>تکمیل شکل <math>(۰/۲۵)</math> <math>\Rightarrow MA \times MA' = MB \times MB'</math></p>	۱/۲۵
۱۰	$TT' = \sqrt{d^2 - (R-R')^2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۶ - ۱} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow TT' = \sqrt{۳۵}$	۰/۵

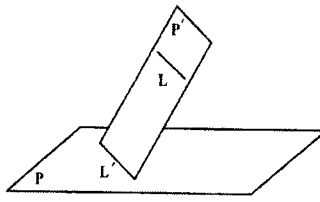
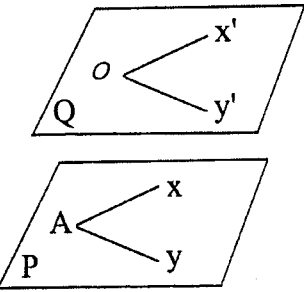
ساعت شروع: ۸ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۷۵	$R(۲, -۲) \xrightarrow{D} R'(۶, -۶) \quad Q(۲, ۲) \xrightarrow{D} Q'(۶, ۶) \quad (۰/۵) \quad P(۴, ۲) \xrightarrow{D} P'(۱۲, ۶)$ $S_{PQR} = \frac{۲ \times ۴}{۲} = ۴(۰/۲۵)$ $S_{P'Q'R'} = \frac{۶ \times ۱۲}{۲} = ۳۶(۰/۲۵)$ $\Rightarrow S_{P'Q'R'} = ۹S_{PQR}(۰/۲۵)$	۱۱
	 <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	
۱/۲۵	$T(x, y) = (x, -y) \quad (۰/۲۵)$ $A \in l \Rightarrow A = (۰, ۲) \xrightarrow{T} A' = (۰, -۲) \quad (۰/۲۵)$ $B \in l \Rightarrow B = (۶, ۰) \xrightarrow{T} B' = (۶, ۰) \quad (۰/۲۵)$ $m_{A'B'} = \frac{y_{A'} - y_{B'}}{x_{A'} - x_{B'}} = \frac{-۲ - ۰}{۰ - ۶} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow y - ۰ = \frac{۱}{۳}(x - ۶) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x - ۲$	۱۲
۱/۵	$\begin{cases} OC = OA \\ \hat{AOC} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } ۱۸۰ \text{ به مرکز } O) \quad A \longrightarrow C \quad \text{و} \quad C \longrightarrow A \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} OB = OD \\ \hat{BOD} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow (O \text{ تحت دوران } ۱۸۰ \text{ به مرکز } O) \quad B \longrightarrow D \quad \text{و} \quad D \longrightarrow B \quad (۰/۲۵)$ بنابراین $\hat{BAC} \longrightarrow \hat{DCA}$ (۰/۲۵) چون دوران اندازه زاویه راثابت نگه می دارد پس $\hat{BAC} = \hat{DCA}$ (۰/۲۵) بنابراین $AB \parallel CD$ (۰/۲۵) به همین ترتیب $DAC = B\hat{C}A$ می باشد بنابراین $AD \parallel CB$ (۰/۲۵) پس چهار ضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است.	۱۳
۰/۷۵	(الف) $(-۳, ۲)$ (۰/۲۵)      (ب) سه (۰/۲۵)      (ج) خط (۰/۲۵)	۱۴
«ادامه در صفحه ی چهارم»		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۵	<p>اگر خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> باشد حکم برقرار است (۰/۲۵)</p> <p>فرض کنیم خط <math>L</math> در صفحه <math>P</math> قرار ندارد. اگر <math>L'</math> خطی از صفحه <math>P</math> باشد که با <math>L</math> موازی است <math>L</math> و <math>L'</math> متمایزند. صفحه <math>A</math> را که از این دو خط موازی می‌گذرد <math>P'</math> می‌نامیم (۰/۲۵).</p>  <p>فصل مشترک دو صفحه <math>P</math> و <math>P'</math> همان خط <math>L'</math> است. (۰/۲۵)</p> <p>اگر خط <math>L</math> صفحه <math>P</math> را قطع کند محل تقاطع روی فصل مشترک این دو صفحه قرار دارد، (۰/۲۵) یعنی دو خط <math>L</math> و <math>L'</math> متقاطع خواهند شد که خلاف فرض است. پس خط <math>L</math> صفحه <math>P</math> را قطع نمی‌کند و با آن موازی است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>دو خط <math>AX</math> و <math>AY</math> را در صفحه <math>P</math> در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵)</p> <p>از نقطه <math>O</math> خطوط <math>OY'</math> و <math>OX'</math> را موازی خطوط <math>AY</math> و <math>AX</math> رسم می‌کنیم سپس صفحه <math>Q</math> گذرنده از دو خط <math>OY'</math> و <math>OX'</math> را رسم می‌نامیم (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین صفحه <math>P</math> با صفحه <math>Q</math> موازی خواهد بود. (۰/۲۵)</p> <p>هر خطی که از نقطه <math>O</math> بگذرد با صفحه <math>P</math> موازی باشد در صفحه <math>Q</math> قرار می‌گیرد (۰/۲۵)</p> <p>زیرا در غیر این صورت صفحه <math>Q</math> را قطع می‌کند.</p> <p>بنابراین صفحه <math>P</math> را که موازی با صفحه <math>Q</math> است نیز قطع می‌کند (۰/۲۵)</p> 	۱/۲۵
۱۷	<p>از نقطه <math>A</math> صفحه <math>P</math> را عمود بر خط <math>L</math> رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) همچنین از نقطه <math>A</math> صفحه <math>Q</math> را بر خط <math>L'</math> عمود رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) فصل مشترک صفحه‌های <math>P</math> و <math>Q</math> یعنی خط <math>\Delta</math> جواب مسئله است. (۰/۲۵) زیرا</p> $\left. \begin{array}{l} L \perp P \Rightarrow L \perp \Delta \\ L' \perp Q \Rightarrow L' \perp \Delta \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta \text{ بر هر دو خط } L \text{ و } L' \text{ عمود است. (۰/۲۵)}$ <p>صفحه‌های <math>P</math> و <math>Q</math> بر هم منطبق نیستند زیرا در غیر این صورت <math>L</math> و <math>L'</math> متناظر نیستند و این خلاف فرض است. (۰/۲۵)</p> <p>خط <math>\Delta</math> منحصر به فرد است زیرا صفحه‌های <math>P</math> و <math>Q</math> منحصر به فرد هستند. (۰/۲۵)</p>	۱/۵
	جمع نمره	۲۰
	«موفق باشید»	