
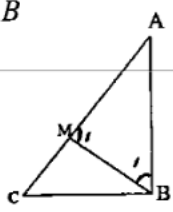


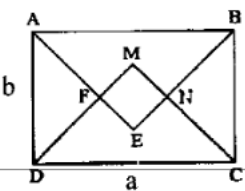
باسمه تعالی

|   |                              |                       |
|---|------------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)          | رشته‌ی: ریاضی فیزیک          | ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح |
| سال سوم آموزش متوسطه                                      | تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵ |                       |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ | مرکز سنجش آموزش و پرورش      | http://aee.medu.ir    |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

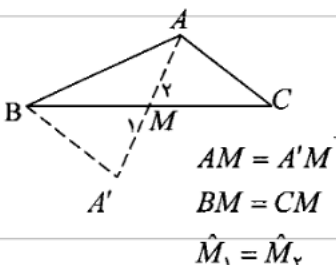
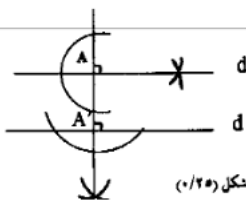
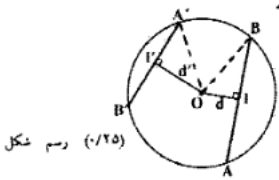
|   |   |      |
|---|---|------|
| ۱ | <p>مکان هندسی، مجموعه‌ی همه‌ی نقطه‌های صفحه یا فضا است که دارای ویژگی مشترکی هستند. یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی را دارد عضوی از مجموعه می‌باشد. (۰/۵)</p> <p>مکان هندسی مطلوب دو خط راست به موازات خط <math>d</math> و فاصله <math>\frac{1}{2}</math> از آن می‌باشد. (۰/۲۵)</p> <p>(رسم شکل (۰/۵))</p>  | ۱/۲۵ |
|---|---|------|

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۲ | <p>برهان: در مثلث <math>ABC</math> چون <math>AC</math> از <math>AB</math> بزرگ تر است، روی <math>AC</math> به اندازه <math>AB</math> جدا می‌کنیم و آن را <math>AM</math> می‌نامیم. (۰/۲۵)</p> <p>حال در مثلث <math>MAB</math> داریم:</p> <p>فرض: <math>AC &gt; AB</math></p> <p>حکم: <math>\hat{B} &gt; \hat{C}</math></p>  <p> <math>AB = AM \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_1</math><br/> <math>\hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 &gt; \hat{C} \quad (./۲۵)</math> </p> <p><math>\Rightarrow \hat{B}_1 &gt; \hat{C} \quad (۱) \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>از طرفی نقطه‌ی <math>M</math> بین <math>A</math> و <math>C</math> واقع است، بنابراین <math>BM</math> نیم خطی داخل زاویه‌ی <math>\hat{B}</math> است و در نتیجه زاویه‌ی <math>\hat{B}_1</math> جزئی از زاویه‌ی <math>\hat{B}</math> است یعنی <math>\hat{B} &gt; \hat{B}_1 \quad (۲) \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>حال با مقایسه رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم <math>\hat{B} &gt; \hat{B}_1 &gt; \hat{C} \Rightarrow \hat{B} &gt; \hat{C} \quad (۰/۲۵)</math> و حکم ثابت می‌شود.</p> | ۱/۲۵ |
|---|---|------|

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۳ | <p>مثلث‌های <math>AFD</math> و <math>DMC</math> قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین هستند. داریم:</p>  <p> <math>DF^2 = \frac{b^2}{2} \Rightarrow DF = \frac{b}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵)</math><br/> <math>DM^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow DM = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵)</math> </p> <p><math>\Rightarrow FM = DM - DF = \frac{a-b}{\sqrt{2}} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>« ادامه در صفحه‌ی دوم »</p> | ۰/۲۵ |
|---|---|------|

|   |                          |                       |
|---|--------------------------|-----------------------|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)          | رشته‌ی: ریاضی فیزیک      | ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح |
| سال سوم آموزش متوسطه                                      | تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۲۵ |                       |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ | مرکز سنجش آموزش و پرورش  | http://aee.medu.ir    |

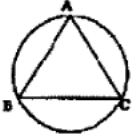
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

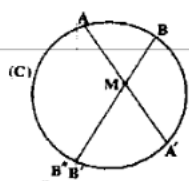
|                       |  |      |
|-----------------------|--|------|
| ۴                     |  <p>میانۀ ی <math>AM</math> را از طرف <math>M</math> به اندازه ی <math>AM</math> امتداد می دهیم تا نقطه ی <math>A'</math> به دست آید و از <math>A'</math> به <math>B</math> وصل می کنیم (۰/۲۵)</p> $\left. \begin{array}{l} AM = A'M \\ BM = CM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \Delta AMC \cong \Delta A'MB \Rightarrow AC = BA' \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$ $\Delta ABA': AA' < AB + BA' \xrightarrow{(۱)} 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{AB + AC}{2}$   | ۱    |
| ۵                     | <p>مساله راحل شده فرض می کنیم . می دانیم که دو خط عمود بر یک خط با هم موازی بند .</p>  <p>ابتدا از نقطه ی <math>A</math> بر خط <math>d</math> عمودی رسم می کنیم (۰/۲۵) تا آن را در نقطه ی <math>A'</math> قطع کند. سپس از نقطه ی <math>A</math> خطی عمود بر <math>AA'</math> رسم می کنیم و آن را <math>d'</math> می نامیم . (۰/۲۵) خط <math>d'</math> همان خط مطلوب است.</p> <p>شکل (۰/۲۵)</p>   | ۰/۲۵ |
| ۶                     | <p>برهان: از مرکز دایره عمودهای <math>OH</math> و <math>OH'</math> را به وترهای <math>AB = l</math> و <math>A'B' = l'</math> وارد می کنیم . می دانیم شعاع عمود بر یک وتر آن وتر را نصف می کند (۰/۲۵)</p> <p>(<math>OH' = d'</math> , <math>OH = d</math>)</p>  <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p> $\Delta OHB: OB^2 = OH^2 + HB^2 \Rightarrow R^2 = d^2 + \frac{l^2}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\Delta OH'A': OA'^2 = OH'^2 + H'A'^2 \Rightarrow R'^2 = d'^2 + \frac{l'^2}{4}$ $l > l' \Leftrightarrow l^2 > l'^2 \Leftrightarrow (۰/۲۵) \quad R^2 - \frac{l^2}{4} < R'^2 - \frac{l'^2}{4} \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow d^2 < d'^2 \Leftrightarrow d < d' \quad (۰/۲۵)$ <p>(در صورتی که اثبات یک طرفه نوشته شده باشد، (۰/۲۵) کسرشود.)</p> | ۱/۵  |
| «ادامه در صفحه ی سوم» |  |      |

|   |   |  |
|---|---|--|
| ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح                         | رشته‌ی: ریاضی فیزیک                                       | راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵                  | سال سوم آموزش متوسطه                                      |  |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir | دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ |  |

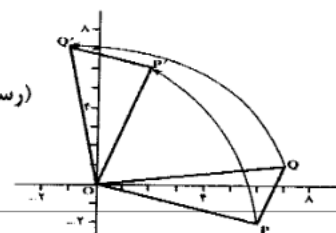
|      |               |      |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

|   |   |     |
|---|---|-----|
| ۷ | الف) متداخل (۰/۲۵)      ب) مماس برون (۰/۲۵) | ۰/۵ |
|---|---|-----|

|   |   |      |
|---|---|------|
| ۸ |  $\hat{C} = \frac{1}{2}\widehat{AB} \quad \text{و} \quad \hat{A} = \frac{1}{2}\widehat{BC} \quad \text{و} \quad \hat{B} = \frac{1}{2}\widehat{AC} \quad (۰/۲۵)$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{AB} + \widehat{BC}) \quad (۰/۲۵)$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \frac{1}{2}(۳۶۰^\circ) = ۱۸۰^\circ \quad (۰/۲۵)$ | ۰/۷۵ |
|---|---|------|

|   |  |      |
|---|--|------|
| ۹ |  <p>بر سه نقطه ی <math>A</math>، <math>B</math> و <math>A'</math> یک دایره می گذرانیم (دایره <math>C</math>) اگر این دایره از نقطه ی <math>B'</math> بگذرد، حکم ثابت است (۰/۲۵). اما اگر این دایره از <math>B'</math> نگذرد، خط <math>MB</math> را در نقطه ی دیگری مانند <math>B''</math> قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: <math>MA \cdot MA' = MB \cdot MB''</math> (۰/۲۵)</p> <p>از مقایسه ی این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می شود <math>MB' = MB''</math> (۰/۲۵) و این نشان میدهد که <math>B''</math> بر <math>B'</math> منطبق است (۰/۲۵) یعنی دایره ای که بر سه نقطه ی <math>A</math>، <math>B</math> و <math>A'</math> گذشته است، از نقطه ی <math>B'</math> نیز می گذرد. پس چهار نقطه ی <math>A</math>، <math>A'</math>، <math>B</math> و <math>B'</math> روی یک دایره واقع هستند.</p> | ۱/۲۵ |
|---|--|------|

|    |   |   |
|----|---|---|
| ۱۰ | <p>الف) <math>\frac{2x+1+3x+4}{2} = 90^\circ \quad (۰/۲۵) \rightarrow 5x+5=180 \Rightarrow x=35^\circ \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>ب) <math>x^2 = 4 \times 9 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x=6 \quad (۰/۲۵)</math></p> | ۱ |
|----|---|---|

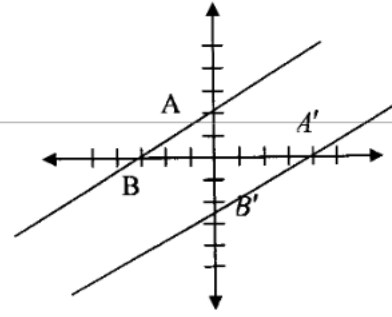
|    |  |      |
|----|--|------|
| ۱۱ | <p><math>R(x, y) = (-y, x)</math><br/> <math>O(0,0) \rightarrow O'(0,0)</math><br/> <math>P(6,-2) \rightarrow P'(2,6) \quad (۰/۲۵)</math><br/> <math>Q(7,1) \rightarrow Q'(-1,7)</math></p> <p>(رسم شکل (۰/۵))</p>  <p><math> PQ  = \sqrt{(7-6)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10} \quad (۰/۲۵)</math><br/> <math>\Rightarrow  PQ  =  P'Q'  \quad (۰/۲۵)</math></p> <p>تحت این دوران طول پاره خط ها ثابت می ماند.</p> <p>شیب خط ها ثابت نمی ماند <math>m_{PQ} = \frac{1+2}{7-6} = 3</math>، <math>m_{P'Q'} = \frac{7-6}{-1-2} = -\frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)</math></p> | ۱/۷۵ |
|----|--|------|

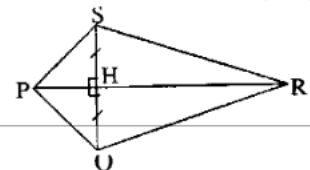
باسمه تعالی

|   |   |  |
|---|---|--|
| ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح                        | رشته‌ی: ریاضی فیزیک                                       | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵                  | سال سوم آموزش متوسطه                                      |  |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir | دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ |  |

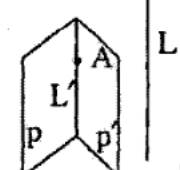
|      |               |      |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

|    |  |      |
|----|--|------|
| ۱۲ | سه مورد از ویژگی های زیر بیان شود: (هر مورد ۰/۲۵)<br>۱. تجانس شیب خط را حفظ می کند.<br>۲. تحت تجانس، مرکز تجانس ثابت می ماند.<br>۳. تجانس طول را حفظ نمی کند. (مگر در حالتی که $K = 1$ )<br>۴. تجانس طول را با ضریب $K$ و مساحت را با ضریب $K^2$ تغییر می دهد.<br>۵. خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند، در مرکز تجانس هم رسند. | ۰/۷۵ |
|----|--|------|

|    |   |  |     |
|----|---|--|-----|
| ۱۳ | $T(x, y) = (x+4, y-2)$ ; $3y - 2x = 6$<br>$A = (0, 2) \xrightarrow{T} A'(4, 0)$ (۰/۲۵)<br>$B = (-2, 0) \xrightarrow{T} B'(2, -2)$ (۰/۲۵)<br>$m' = \frac{-2-0}{1-4} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵)<br>$y-0 = \frac{2}{3}(x-4)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 3y - 2x + 8 = 0$ |  <p>(رسم شکل (۰/۵))</p> | ۱/۵ |
|----|---|--|-----|

|    |   |   |
|----|---|---|
| ۱۴ | <p>PR را به عنوان محور تقارن در نظر می گیریم. (۰/۲۵) تحت بازتاب نسبت به خط PR داریم:</p>  $\left. \begin{matrix} S \rightarrow Q \\ P \rightarrow P \\ R \rightarrow R \end{matrix} \right\} \xrightarrow{(0/25)} S\hat{P}R \rightarrow Q\hat{P}R \quad (0/25)$ $\Rightarrow S\hat{P}R = Q\hat{P}R \quad (0/25)$ | ۱ |
|----|---|---|

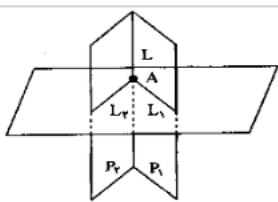
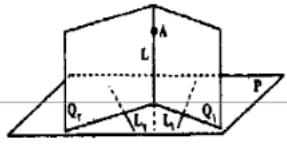
|    |  |      |
|----|--|------|
| ۱۵ | الف) بی شمار (۰/۲۵)      ب) متناظر (۰/۲۵)      پ) عمود منصف (۰/۲۵) | ۰/۷۵ |
|----|--|------|

|    |  |   |   |
|----|--|---|---|
| ۱۶ | <p>فرض می کنیم خط <math>L</math> موازی دو صفحه ی متقاطع <math>P, P'</math> باشد. از یک نقطه ی فصل مشترک مانند <math>A</math> خط <math>L'</math> را موازی <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) چون خط <math>L</math> با صفحه ی <math>P</math> موازی است، خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه ی <math>P</math> قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>با استدلالی مشابه خط <math>L'</math> به تمامی در صفحه ی <math>P'</math> قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پس <math>L'</math> همان فصل مشترک دو صفحه ی متقاطع <math>P, P'</math> است که با خط <math>L</math> موازی است. (۰/۲۵)</p> <p>«ادامه در صفحه ی پنجم»</p> |  | ۱ |
|----|--|---|---|

باسمه تعالی

|   |                     |   |
|---|---------------------|---|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)          | رشته‌ی: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح                         |
| سال سوم آموزش متوسطه                                      |                     | تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۲۵                  |
| دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰ |                     | مرکز سنجش آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.ir |

|      |               |      |
|------|---------------|------|
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|

|    |   |          |
|----|---|----------|
| ۱۷ | <p>الف) می توانیم از خط <math>L</math> بی شمار صفحه بگذرانیم. (۰/۲۵) دو صفحه ی متمایز از این صفحه ها را <math>P_1</math> و <math>P_2</math> می نامیم. از نقطه ی <math>A</math> در صفحه ی <math>P_1</math>، خط <math>L_1</math> را عمود بر <math>L</math> رسم می کنیم (۰/۲۵). به طور مشابه، از نقطه ی <math>A</math> در صفحه <math>P_2</math>، خط <math>L_2</math> را عمود بر <math>L</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) خط های <math>L_1</math> و <math>L_2</math> متقاطع اند. و خط <math>L</math> بر هر دوی آنها عمود است. طبق قضیه اساسی تعامد، خط <math>L</math> بر صفحه گذرنده از <math>L_1</math> و <math>L_2</math> نیز عمود است. (۰/۲۵) این صفحه همان صفحه مطلوب است.</p>  <p>ب) دو خط غیر موازی <math>L_1</math> و <math>L_2</math> را در صفحه ی <math>P</math> در نظر می گیریم. (۰/۲۵) از نقطه ی <math>A</math> صفحه ی <math>A</math> را عمود بر <math>L_1</math> (۰/۲۵) و صفحه ی <math>Q_1</math> را عمود بر <math>L_2</math> (۰/۲۵) رسم می کنیم. این دو صفحه متقاطع اند؛ فصل مشترک آنها را <math>L</math> می نامیم. طبق قضیه اساسی تعامد، <math>L</math> بر صفحه <math>P</math> عمود است (۰/۲۵) و <math>L</math> همان خط مطلوب است.</p>  | ۲        |
| ۱۸ | <p>خط <math>L</math> را عمود بر صفحه <math>P</math> و خط <math>L'</math> را عمود بر خط <math>L</math> در نظر می گیریم. از نقطه ی <math>A</math> روی خط <math>L</math> خط <math>L''</math> را موازی <math>L'</math> رسم می کنیم. (۰/۲۵) بنابراین <math>L'' \perp L</math>. صفحه ی شامل <math>L</math> و <math>L''</math> را <math>Q</math> می نامیم. (۰/۲۵) فصل مشترک <math>P</math> و <math>Q</math> را <math>L_1</math> می نامیم. بنابراین</p> $L \perp L'' \Rightarrow L_1 \parallel L'' \Rightarrow L_1 \perp L' \quad (۰/۵)$ <p>یعنی <math>L'</math> با یکی از خطوط صفحه ی <math>P</math> موازی است پس با <math>P</math> موازی است. (۰/۲۵)</p>  | ۱/۲۵     |
|    | «موفق باشید»  | جمع نمره |
|    |   | ۲۰       |

مصححین محترم: لطفاً به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.