

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۶ / ۶ / ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر یور ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که رابطه‌ی زیر برقرار است. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$	۱/۵
۲	با استدلال استنتاجی، نشان دهید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی، مضرب ۸ است.	۱
۳	با ذکر دلیل بنویسید آیا $(4 + 3^n)$ همیشه یک عدد اول است؟	۰/۵
۴	اگر n عدد طبیعی و $(3n+2)$ عددی فرد باشد، با استدلال برهان خلف، نشان دهید که n نیز عددی فرد است.	۱
۵	نشان دهید که اگر هر زیر مجموعه ۶ عضوی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را در نظر بگیریم، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد.	۱/۲۵
۶	مجموعه‌های زیر را به صورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید. $A = \{ \dots, 27, 8, 1, 0, -1 \}$ و $B = \{ \sqrt{2}, -\sqrt{2} \}$	۱/۲۵
۷	اگر A زیر مجموعه B باشد، با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید. $B - (B - A) = A$	۱/۵
۸	نمودار رابطه‌ی زیر را رسم کنید. $R = \{ (x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x^2 \}$	۰/۷۵
۹	رابطه‌ی R روی اعداد صحیح (Z) ، به صورت $a R b \Leftrightarrow a^2 + 2b = b^2 + 2a$ تعریف شده است: الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم‌ارزی است. ب) کلاس هم‌ارزی $[2]$ را محاسبه کنید.	۱/۵
«ادامه سؤالات در صفحه‌ی دوم»		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۶ / ۶ / ۱۳۹۰		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر یور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سوالات	نمره
------	--------	------

۱۰	<p>کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست است .</p> <p>الف) مثال نقض ، برای اثبات درستی یک قضیه کلی به کار می رود .</p> <p>ب) اگر $(A \cap B) \neq \emptyset$ آنگاه $x \in B'$ یا $x \in A'$.</p> <p>ج) حاصل ضرب دکارتی $A \times B = \emptyset$ آنگاه $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$.</p> <p>د) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آنگاه داریم :</p> $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۱
۱۱	<p>با اعداد طبیعی کوچکتر از ۶ ، اعداد دو رقمی می سازیم :</p> <p>الف) تعداد اعضای فضای نمونه این پیشامد تصادفی را بنویسید .</p> <p>ب) پیشامد A را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد زوج و کمتر از ۴۰ باشند .</p> <p>ج) پیشامد B را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد فرد و بیشتر از ۴۰ باشند .</p>	۲
۱۲	<p>می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آنکه لااقل یک نفر رشته ریاضی باشد .</p>	۱/۵
۱۳	<p>اگر $S = \{ a , b , c , d \}$ یک فضای نمونه ای باشد و داشته باشیم :</p> $P(c) = P(d) = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad P(a) = 2P(b)$ <p>مطلوب است محاسبه $P(b)$ و $P(a')$.</p>	۱/۵
۱۴	<p>یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد .</p>	۱/۵
۱۵	<p>عددی به تصادف از مجموعه $\{ 1, 2, 3, \dots, 1000 \}$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد .</p>	۱/۵
۱۶	<p>اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $P(A) = 0.2$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A \cup B) = 0.4$ احتمال آن را محاسبه کنید که هر دو پیشامد A و B با هم اتفاق بیفتند .</p>	۰/۷۵
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »