

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر ریور ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir


ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) اگر قسمتی از یک شکل با کل شکل متشابه باشد، آن شکل خود-متشابه نامیده می‌شود. (۰/۵) ب) تبدیلی که فاصله‌ی بین نقطه‌ها را حفظ کند، ایزومتري نامیده می‌شود. (۰/۵) پ) زاویه‌ای که رأسش روی دایره است، یک ضلعش دایره را قطع می‌کند و ضلع دیگری بر دایره مماس است، زاویه‌ی ظلی نامیده می‌شود. (۰/۵)	۱/۵
۲	فرض: $AC > AB$ و حکم: $\widehat{B} > \widehat{C}$ برهان: چون طبق فرض $AC > AB$ بنابراین پاره خط AM را به اندازه‌ی AB روی AC جدا می‌کنیم (۰/۲۵) و از نقطه‌ی M به B وصل می‌کنیم. چون $AB = AM$ پس مثلث ABM متساوی الساقین است، در نتیجه: $\widehat{B}_1 = \widehat{M}_1$ (۰/۲۵) (۱) از طرفی چون زاویه‌ی M_1 یک زاویه‌ی خارجی مثلث MBC است در نتیجه از هر یک از زاویه‌های داخلی غیر مجاورش بزرگ‌تر خواهد بود. بنابراین (۲) $\widehat{M}_1 > \widehat{C}$ (۰/۲۵) (۲) باتوجه به دو رابطه‌ی (۱) و (۲) $\widehat{B}_1 > \widehat{C}$ (۰/۲۵) (۳) از طرفی نقطه‌ی M بین دو نقطه‌ی A و C واقع است، بنابراین BM نیم خطی داخل زاویه‌ی B است و در نتیجه زاویه‌ی B_1 جزئی از زاویه‌ی B است، یعنی $\widehat{B} > \widehat{B}_1$ (۴) از مقایسه‌ی (۳) و (۴) نتیجه می‌شود: $\widehat{B} > \widehat{C}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۳	با توجه به قضیه‌ی وجود مثلث $\left. \begin{array}{l} 6x = 18 \\ 6x + (x + 7) + 4(x - 1) = 36 \Rightarrow x = 3 \quad (0/25) \\ x + 7 = 10 \\ 4(x - 1) = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 10 + 8 > 18 \quad (غ) \\ 18 + 8 > 10 \quad (ص) \quad (0/25) \\ 18 + 10 > 8 \quad (ص) \end{array}$ بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)	۰/۲۵
۴	در مثلث ABC نیمسازهای زاویه‌های B و C را رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در M قطع کنند. از M بر ضلع‌های AB ، AC و BC عمود می‌کشیم (۰/۲۵) تا به ترتیب آنها را در نقاط H ، K ، L قطع نمایند. $\left. \begin{array}{l} M \text{ روی نیمساز زاویه } B \text{ است} \longrightarrow MH = ML \\ M \text{ روی نیمساز زاویه } C \text{ است} \longrightarrow MH = MK \end{array} \right\} (0/25) \Rightarrow ML = MK \quad (0/25)$ بنا براین نقطه‌ی M روی نیمساز A نیز قرار دارد. (۰/۲۵) یعنی M نقطه‌ی هم‌رسی هر سه نیمساز است. « ادامه‌ی راهنما در صفحه‌ی دوم »	۱

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	

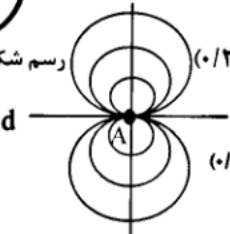
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵ (الف) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر دایره ای به مرکز O و به شعاع R+r است. (۰/۲۵)



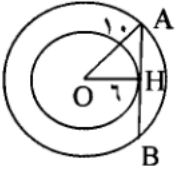
رسم شکل (الف) (۰/۵)

(ب) باتوجه به شکل مکان هندسی مورد نظر خط عمود بر d در نقطه A است. (۰/۲۵)



رسم شکل (ب) (۰/۵)

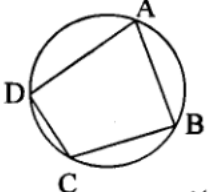
۶ AB وتری از دایره ی بزرگتر بر دایره ی کوچکتر مماس است. بنابراین شعاع OH بر AB عمود است. بنابراین پس (۰/۲۵) AH=HB



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 \rightarrow AH^2 = 10^2 - 6^2 \quad (۰/۲۵)$$

$$\rightarrow AH^2 = 64 \rightarrow AH = 8 \xrightarrow{(۰/۲۵)} AB = 16 \quad (۰/۲۵)$$

۷ باتوجه به قضیه ی زاویه ی محاطی داریم:



$$\widehat{B} + \widehat{D} = \frac{\widehat{ADC}}{2} + \frac{\widehat{ABC}}{2} \xrightarrow{(۰/۲۵)} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ \quad (۰/۲۵)$$

به روش مشابه ثابت می شود (۰/۲۵) $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$

عکس قضیه: فرض کنیم در چهار ضلعی ABCD، هر دو زاویه ی روبه رو مکمل یکدیگر باشند.

یعنی (۱) $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$ و (۲) $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$ بر سه نقطه ی A و B و C یک دایره می گذرد، (۰/۲۵) ثابت می کنیم که این دایره از نقطه ی D نیز می گذرد.

اثبات (برهان خلف): اگر این دایره از راس D نگذرد، نقطه ی برخورد خط CD با دایره را D' می نامیم (۰/۲۵) و از D' به A وصل می کنیم. چون چهار ضلعی ABCD' محاطی است بنابراین این:

(۳) $\widehat{B} + \widehat{D}' = 180^\circ$ از رابطه (۲) و (۳) نتیجه می شود که (۴) $\widehat{D} = \widehat{D}'$ چون زاویه ی D زاویه خارجی مثلث ADD' است، بنابراین: (۵) $\widehat{D} > \widehat{D}'$ که رابطه ی (۵) با رابطه ی (۴) در تناقض است. (۰/۲۵) در نتیجه فرض ما که دایره از راس D نمی گذرد نادرست، و حکم قضیه برقرار است.

۸ (الف)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 80 \\ \frac{x-y}{2} = 20 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۵)} \begin{cases} x+y = 160 \\ x-y = 40 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 60 \end{cases} \quad (۰/۵)$$

(ب)
$$x(x+32) = 10 \times 32 \xrightarrow{(۰/۲۵)} x^2 + 32x - 320 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 8 \quad (ق ق) (۰/۲۵) \\ x = -40 \quad (غ ق ق) (۰/۲۵) \end{cases}$$

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

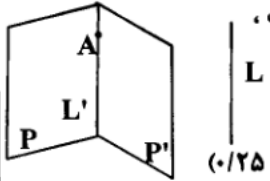
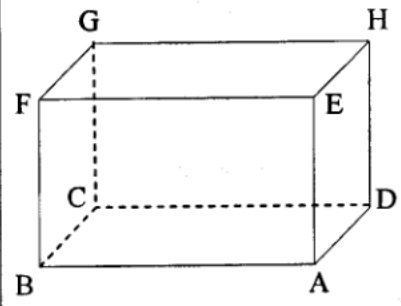
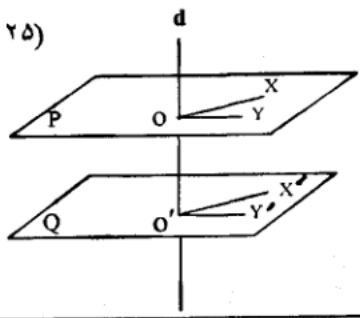
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>الف) $D(x, y) = (2x, 2y)$</p> <p>$A(1, 2) \rightarrow A'(2, 6)$ $B(5, 5) \rightarrow B'(10, 10)$ $C(6, 3) \rightarrow C'(12, 6)$ (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) $AB = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ $A'B' = \sqrt{(10-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow A'B' = 2AB$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) این خط‌ها در مرکز تجانس هم‌رسانند. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۱۰	<p>$L: 3x - y + 6 = 0$</p> <p>$R(x, y) = (-x, -y)$</p> <p>$A(0, 6) \xrightarrow{R} A'(0, -6)$ $B(-2, 0) \xrightarrow{R} B'(2, 0)$ (۰/۲۵)</p> <p>$m_{AB} = \frac{0+6}{2-0} = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow L': y-0 = 3(x-2)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 3x - 6$</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۱۱	<p>بردار AB را به عنوان بردار انتقال در نظر می‌گیریم. (۰/۲۵) چون AB و DC موازی و مساویند بنابراین تحت این انتقال $A \xrightarrow{(۰/۲۵)} B$ و $D \xrightarrow{(۰/۲۵)} C$</p> <p>یعنی پاره خط AD بر پاره خط BC تصویر می‌شود (۰/۲۵) و چون انتقال ایزومتري است (۰/۲۵) و شیب خط را حفظ می‌کند (۰/۲۵) پس: $AD \parallel BC$ و $AD = BC$</p>	۱/۵
۱۲	<p>الف) درست (۰/۲۵)</p> <p>ب) نادرست (۰/۲۵)</p> <p>پ) نادرست (۰/۲۵)</p> <p>ت) درست (۰/۲۵)</p>	۱

«ادامه‌ی راهنما در صفحه‌ی چهارم»

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۶/۱۸		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	<p>فرض می‌کنیم خط L موازی دو صفحه P و P' باشد. از یک نقطه A فصل مشترک مانند A خط L' را موازی L رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) چون خط L با صفحه P موازی است، خط L' به تمامی در صفحه P قرار دارد. (۰/۵)</p> <p>با استدلالی مشابه خط L' به تمامی در صفحه P' قرار دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پس L' همان فصل مشترک دو صفحه P و P' است که با خط L موازی است. (۰/۲۵)</p>	
۱۴	<p>الف) در مکعب مستطیل رسم شده، خطوط AB و EF موازی هستند و خط EH خط EF را قطع کرده است ولی خط EH خط AB را قطع نکرده است. (۰/۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) در مکعب مستطیل بالا صفحه‌های $ABCD$ و $EFGH$ موازی هستند و خط AB در صفحه $ABCD$ قرار دارد و خط EH در صفحه $EFGH$ قرار دارد و AB موازی EH نیست. (۰/۵)</p> <p>(در صورتی که دانش‌آموز دو شکل رسم کرده باشد برای هر کدام (۰/۲۵) منظور شود.)</p>	
۱۵	<p>برهان: فرض می‌کنیم خط d بر صفحه P عمود باشد و $P \parallel Q$. دو خط OX و OY را در صفحه P در نظر می‌گیریم (۰/۲۵) و $O'X'$ را موازی OX و $O'Y'$ را موازی OY در صفحه Q رسم می‌کنیم (۰/۲۵)</p> $d \perp P \Rightarrow \begin{cases} d \perp OX \Rightarrow d \perp O'X' \text{ (۰/۲۵)} \\ d \perp OY \Rightarrow d \perp O'Y' \text{ (۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow d \perp Q \text{ (۰/۲۵)}$	
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم: لطفاً به راه‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بازم به تناسب منظور شود.