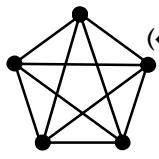


راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی		
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) پ) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۷) ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	۱
۲	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۲
۳	$a 2n+4 \Rightarrow a -(2(2n+4))+2(2n+2) \Rightarrow a 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \pm 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a = 1$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۳
۴	هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p = 6k$ (۱) , $p = 6k + 1$ (۲) , $p = 6k + 2 = 2(3k + 1)$ (۳) $p = 6k + 3 = 3(2k + 1)$ (۴) , $p = 6k + 4 = 2(3k + 2)$ (۵) , $p = 6k + 5$ (۶) p در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶) ، p می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۴
۵	$m = 17q + 5$ ($q \in \mathbb{Z}$) $n = 17q' + 3$ ($q' \in \mathbb{Z}$) $(2m - 5n) = 17(2q - 5q') - 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (2m - 5n) = 17(2q - 5q' - 1) + 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r = 12$ (۰/۲۵) (مثال پایین صفحه ۱۴)	۵
۶	$2^5 \equiv 2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{10} \equiv 2^2 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} \equiv 8 \pmod{10} \Rightarrow 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 5 \pmod{10}$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۶
۷	$2x \equiv 19 \equiv 4 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k + 2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = -2k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۷
۸	الف) $\Delta(G) = 4$, $\delta(G) = 0$ (۰/۵) ب) c, a, b, c (۰/۲۵) , c, a, e, c (۰/۲۵) , c, e, d, c (۰/۲۵) پ) $N_G(e) = \{a, c, d\}$ (۰/۷۵) ث) خیر (۰/۲۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹)	۸
۹	$\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p = 5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲) رسم گراف (۰/۲۵) 	۹
۱۰	با توجه $\left\lfloor \frac{8}{3+1} \right\rfloor = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$. (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱۰
۱۱	به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود. (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\frac{8!}{3! \times 4!}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۵۹)	۱۱

ادامه پاسخها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۲	$y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1 \quad (۰/۲۵) , \quad y_r = x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = 4 + y_r \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $1 + y_1 + x_r + 4 + y_r + x_s = 14 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_s = 9 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \text{جواب} = \begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵																
۱۳	<p>(توضیحات صفحه ۶۳)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> </table> <p>(۰/۵)</p>	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۴	۱	۰/۵
۱	۲	۳	۴															
۴	۱	۲	۳															
۳	۴	۱	۲															
۲	۳	۴	۱															

پاسخ سوالات اختیاری

۱۴	$a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1}) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m a^n - b^n \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (۰/۲۵)$ <p>(مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹)</p>	۱									
۱۵	<p>وجود ندارد. زیرا: (۰/۲۵) زوج $2q = 21$ فرد $\Rightarrow 3 \times 7 = 2q \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sum_{i=1}^7 \deg v_i = 2q \quad (۰/۲۵)$ (سوال ۸ صفحه ۳۸)</p> <p>همکاران گرامی، در صورتی که دانش آموزی با رسم شکل هم توضیح داد، نمره داده شود.</p>	۱									
۱۶	<p>(صفحه ۳۸) $a, b, c, d \quad (۰/۲۵) , \quad b, c, d, e \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$a \quad b \quad c \quad d \quad e$ (۰/۵)</p>	۱									
۱۷	<p>در مربع لاتین مقابل، اعداد ۲ رقمی تکراری نداریم. پس دو مربع لاتین، متعامدند. (۰/۲۵)</p> <p>(کار در کلاس صفحه ۶۶)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> <p>(۰/۷۵)</p>	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۱
۱۱	۲۲	۳۳									
۳۲	۱۳	۲۱									
۲۳	۳۱	۱۲									
۱۸	<p>(مثال صفحه ۷۴) $\overline{FUV} = S - FUV = 25 - (15 + 14 - 9) = 5 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>(۰/۵) (۰/۲۵)</p>	۱									
۱۹	<p>$A = \{a_1, a_2, a_3\}, b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$</p> <p>(۰/۲۵) به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (فعالیت صفحه ۷۹)</p> <p>(۰/۲۵) به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. $f(a_2) \neq f(a_1) \Rightarrow f(a_2) \neq f(a_1) \Rightarrow$ یک به یک</p> <p>(۰/۲۵) به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. $f(a_3) \neq f(a_1), f(a_3) \neq f(a_2) \Rightarrow$ یک به یک</p> <p>بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (به روش $P(6,3) = \frac{6!}{3!} = 120$ نیز نمره داده شود.)</p>	۱									
۲۰	<p>حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با 8^4 است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)</p>	۱									
۲۱	<p>فصل تولد = لانه = ۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده = کیبوتر = ۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کیبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)</p>	۱									
۲۴	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»