

باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲) رشته: علوم ریاضی ساعت شروع: ۱۰:۳۰ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	دوره‌ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای » تاریخ امتحان: ۱۳۸۷ / ۲ / ۲۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مشتق تابع $y^3 + \cos(x+y) = 0$ را بنویسید.	۰/۷۵
۲	تابع $f(x) = \sqrt{x^3 + 3}$ مفروض است. معادله‌ی خط قائم بر تابع معکوس $f$ را در نقطه‌ی ای به طول ۲ واقع بر $f^{-1}$ بنویسید.	۱/۲۵
۳	بشکه‌ی ای به شکل استوانه و به شعاع قاعده‌ی ۵۰ cm بر از آب است. اگر سوراخی در انتهای بشکه ایجاد شده و آب با سرعت $\frac{2}{5}\pi \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ از بشکه در حال خارج شدن باشد، ارتفاع آب با چه سرعتی کم می شود؟	۱
۴	مجموعه نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق تابع $f(x) = x - [x]$ را با توجه به نمودار آن، تعیین کنید.	۰/۷۵
۵	ثابت کنید اگر تابع $f$ روی بازه‌ی $I$ مشتق پذیر بوده و $f'$ روی $I$ برابر مقدار ثابت صفر باشد، آن گاه $f$ روی $I$ ثابت است.	۱
۶	تابع $f(x) = (x^2 - 4)(x^3 - 2x^2 - 3x)$ مفروض است. با توجه به قضیه رول، $f$ دقیقاً چند اکسترمم نسبی دارد؟	۱
۷	ثابت کنید برای هر $0 < x < \frac{\pi}{4}$ داریم $\sin x < \tan x$ .	۱
۸	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x + \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۹	در محاسبه‌ی مقدار $\sqrt{5}$ به روش نیوتن، با حدس $x_0$ مناسب، $x_1$ و $x_2$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۱۰	حاصل حدود زیر را بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{Arccot} x$ ب) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n} + \sqrt{\frac{n}{2}} + \sqrt{\frac{n}{3}} + \dots + 1)$	۱/۵
۱۱	تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ مفروض است. الف) $L_n(f)$ و $U_n(f)$ را در بازه‌ی $[0, 1]$ به دست آورید. ب) انتگرال پذیری $f$ را روی $[0, 1]$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۲	اگر $f$ یک تابع پیوسته و فرد باشد و مقدار متوسط $f(x)$ در بازه‌ی $[-1, 3]$ برابر ۵ باشد و داشته باشیم $\int_1^3 (a + f(x)) dx = 17$ ، مقدار $a$ را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۳	حاصل انتگرال‌های زیر را بیابید. الف) $\int (2x - 5)^{99} dx$ ب) $\int (\tan^2 x - 1) dx$	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۱۵