

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۱۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
ردیف	راهنمای تصحیح	
نمره		

۱	<p>اگر $x = 0$ که حکم برقرار است (۰/۲۵). حال فرض کنیم چنین نباشد (فرض خلف) یعنی $x \neq 0$. لذا $x > 0$ چون عبارت برای هر $\epsilon > 0$ برقرار است، قرار می دهیم $x = \epsilon$ (۰/۲۵). در نتیجه $x < x \leq 0$ (۰/۲۵) که این تناقض است پس فرض خلف باطل است، یعنی $x = 0$ (۰/۲۵).</p>	۱
۱	$ 7 - 3x < 2 \Rightarrow 2 > 3x - 7 > -2 \quad (0/25) \quad a = \frac{7}{3} \quad (0/25), \quad r = \frac{2}{3} \quad (0/25) \Rightarrow a + r = 3 \quad (0/25)$	۲
۱/۵	$\frac{1}{199} - 2 < \frac{7n+1}{2n-5} - 2 < 2/01 - 2 \quad (0/25) \Rightarrow -0/01 < \frac{11}{2n-5} < 0/01 \quad (0/25) \Rightarrow \left \frac{11}{2n-5} \right < 0/01 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 2n-5 > 1100 \quad (0/25) \Rightarrow n > \frac{1105}{2} \quad (0/25) \Rightarrow n \geq 552 \quad (0/25)$	۳
۱/۵	$\frac{-1}{n} \leq \frac{(-1)^n}{n} \leq \frac{1}{n} \quad (0/25) \Rightarrow 2 - \frac{1}{n} \leq 2 + \frac{(-1)^n}{n} \leq 2 + \frac{1}{n} \quad (0/25)$ <p>دنباله همگراست $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2 - \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{1}{n} = 2 \quad (0/25) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} 2 + \frac{(-1)^n}{n} = 2 \quad (0/25)$</p> <p>$a_n: 1, \frac{5}{3}, \frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \dots \quad (0/25) \Rightarrow$ دنباله غیر یکنواست (۰/۲۵)</p>	۴
۲/۵	<p>الف) $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{2k+1}{(k^2+1)((k+1)^2+1)} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k^2+1} - \frac{1}{(k+1)^2+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+1)^2-1} \quad (0/25)$</p> <p>$\lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{1}{2} \Rightarrow$ سری همگرا به $\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n-1}{3n} = 1 \quad (0/25) \Rightarrow$ سری واگراست. (۰/۲۵)</p> <p>ج) سری به ۱ همگراست (۰/۲۵) $S = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 1 \quad (0/25)$ $q < 1 \quad (0/25)$ $a = \frac{2}{3} \quad (0/25), \quad q = \frac{1}{3} \quad (0/25)$ (سری هندسی)</p>	۵
۱/۵	$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0 \exists 0 < x-1 < \delta \Rightarrow \left \frac{3x^2-3}{x-1} - 6 \right < \epsilon \quad (0/5)$ $\left \frac{3x^2-3}{x-1} - 6 \right < \epsilon \Rightarrow \left \frac{3x^2-6x+3}{x-1} \right < \epsilon \quad (0/25) \Rightarrow 3 x-1 < \epsilon \quad (0/25) \Rightarrow x-1 < \frac{\epsilon}{3} \quad (0/25)$ <p>کافیست $\delta \leq \frac{\epsilon}{3}$ باشد. (۰/۲۵)</p>	۶
۱/۵	$\begin{cases} a_n = \frac{1}{2n\pi} \\ b_n = -\frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}} \end{cases} \quad (0/5) \Rightarrow \begin{cases} \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} a_n, b_n \neq 0 \quad (0/25) \\ f(a_n) = \sin(2n\pi) = 0, f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>چون دو دنباله $\{f(a_n)\}, \{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرايند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)</p>	۷

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۰/ ۱۰/ ۱۳۹۰	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰	
نمره	راهنمای تصحیح	

۲/۲۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 9) = 0$ (۰/۲۵), $ \cos \frac{1}{x-2} \leq 1$ (۰/۲۵) کراندار $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 9) \cos \frac{1}{x-2} = 0$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2 - 2}{x - 2} = 0$ (۰/۲۵) ج) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x \sqrt{9 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(6 - \frac{1}{x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3x}{6x} = \frac{5}{6}$ (۰/۲۵)	۸
۱/۵	تابع f در بازه $[-1, 1]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(-1) = -m + 7$ و $f(1) = -m - 1$ (۰/۲۵). طبق قضیه ی مقدار میانی داریم: $f(-1) \times f(1) < 0 \Rightarrow (-m + 7)(-m - 1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 7$ (۰/۲۵)	۹
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2}{x - 6} = -25$ (۰/۲۵), $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{x - 5} = 0$ (۰/۲۵) \Rightarrow تابع در نقطه ی 5 ناپیوسته است. (۰/۲۵)	۱۰
۱	مجاذب افقی ندارد. (۰/۲۵)	۱۱
۱	$x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow$ مجانب قائم $x = 1$ (۰/۲۵) $x^2 - x + 1 = x(x - 1) + 1 \Rightarrow$ مجانب مایل $y = x$ (۰/۲۵)	۱۲
۱/۵	چون f و g در a مشتق پذیرند داریم: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$ (۰/۲۵), $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} = g'(a)$ (۰/۲۵) $(f \cdot g)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f \cdot g)(a+h) - (f \cdot g)(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)g(a+h) - f(a)g(a+h) + f(a+h)g(a) - f(a)g(a)}{h}$ (۰/۲۵) $= \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \times g(a+h) + f(a) \times \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \right) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$ (۰/۲۵)	۱۳
۱/۲۵	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 1)^2}{(x - 1)^2} = 1$ (۰/۲۵) تابع در $x = 1$ مشتق پذیر است. (۰/۲۵)	۱۴
۱/۲۵	$f'(x) = \frac{2x - 3}{2\sqrt{x^2 - 3x}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(4) = \frac{5}{4}$ (۰/۲۵), $g'(f(4)) = g'(2) = 5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow F'(4) = f'(4) \times g'(f(4)) = \frac{25}{4}$ (۰/۲۵)	۲۰

همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر