

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱) رشته: علوم ریاضی ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	پیش دانشگاهی
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۱۰/۱۰	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۱-۱۳۹۰
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	سؤالات
ردیف	نمره

۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x < \varepsilon$ ثابت کنید که $x = 0$
۲	اگر مجموعه $A = \{x \mid 7-3x < 2\}$ یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع r باشد، مقدار $a+r$ را تعیین کنید.
۱/۵	در دنباله $\left\{ \frac{4n+1}{2n-5} \right\}$ برای چه مقادیر n ، $2/01 < \frac{4n+1}{2n-5} < 1/99$ می باشد؟
۱/۵	ثابت کنید دنباله $\left\{ 2 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}$ غیر یکتوا و همگراست.
۲/۵	همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی نمایید و در صورت همگرایی، مجموع سری را محاسبه کنید. الف) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k+1}{(k^2+1)(k^2+2k+2)}$ ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k-1}{2^k}$ ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2^{k+1}}{6^k}$
۱/۵	با استفاده از تعریف حد، ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-2}{x-1} = 6$.
۱/۵	ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ حد ندارد.
۲/۲۵	حدود توابع زیر را بدون هم ارزی و قاعده ی هوییتال محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-9) \cos \frac{1}{x-2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]-2}{x-2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{9x^2 - 4x + 1}}{6x - 1}$
۱/۵	حدود m را طوری تعیین کنید که یکی از ریشه های معادله $m x^2 - 4x - 2m + 3 = 0$ در بازه $[-1, 1]$ باشد.
۰/۷۵	نقاط ناپوستگی تابع زیر را تعیین کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-6} & x < 5 \\ \sqrt{x-5} & x \geq 5 \end{cases}$
۱	معادله ی کلیه ی مجانب های منحنی $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ را بنویسید.
۱/۵	قضیه: اگر دو تابع f و g در نقطه ی a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید: $(f \cdot g)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$
۱/۲۵	مشتق پذیری تابع رو به رو را در $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$
۱/۲۵	اگر $f(x) = \sqrt{x^2-3x}$ ، $g'(x) = \frac{x+3}{x-1}$ و $F = g \circ f$ باشند، حاصل $F'(4)$ را تعیین کنید.
۲۰	موفق باشید. جمع نمره