

|  |                  |                  |  |
|--|------------------|------------------|--|
| سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)                   | رشته: علوم ریاضی | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه  |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۲ / ۳۱  |                  |                  | پیش‌دانشگاهی   |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در فیم سال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۹-۹۰ |                  |                  | مرکز سنجش آموزش و پژوهش<br><a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a> |
| نمره   | سوالات           |                  | ردیف   |

|    |   |          |
|----|---|----------|
| ۱  | مشتق $y$ را نسبت به $x$ از رابطه $y = x \cos(xy) + 3x^4$ را بیابید.   | ۱/۵      |
| ۲  | تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ را در نظر بگیرید. معادله $I$ خط مماس بر تابع معکوس $f^{-1}$ را در نقطه ای به طول ۳ واقع بر تابع $f$ بنویسید.   | ۱/۲۵     |
| ۳  | سنگ ریزه ای را داخل آب ساکن یک برکه می‌اندازیم. اگر شعاع موج ایجاد شده با سرعت ۲ سانتی متر بر ثانیه افزایش یابد، مساحت موج ایجاد شده، زمانی که شعاع ۸ سانتی متر است، با چه سرعتی افزایش می‌یابد؟  | ۰/۷۵     |
| ۴  | استخراج $t$ تن مس از یک معدن، هزینه ای برابر $f(t) = c$ تومان خواهد داشت (تابع $f$ مشتق پذیر است). مفهوم $\int_0^{1000} f'(t) dt$ چیست؟   | ۰/۵      |
| ۵  | جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.<br>الف) اگر $c$ نقطه‌ی بحرانی تابع $f$ باشد و $f''(c)$ موجود و مثبت باشد، آن‌گاه $f$ در $c$ دارد.<br>ب) اگر تابع $f$ روی بازه $I$ مشتق پذیر بوده و $f'(I)$ برابر مقدار ثابت صفر باشد، آن‌گاه $f$ روی $I$ است.<br>ج) در یافتن مقدار تقریبی ریشه‌ی معادله $f(x) = 0$ با استفاده از روش نصف کردن روی بازه $[a, b]$ ، در مرحله $n$ ام، هر عدد در بازه $[a_n, b_n]$ می‌تواند ریشه‌ی تقریبی با خطای کمتر از $\frac{1}{2^n}$ باشد.<br>د) مختصات نقطه‌ی عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x$ برابر است با $(\quad, \quad)$ . | ۱/۷۵     |
| ۶  | با توجه به نمودار تابع $y = [\cos x]$ نقاط ماقسیم و مینیموم مطلق تابع را در بازه $[0, 2\pi]$ تعیین کنید.  | ۲        |
| ۷  | شرایط قضیه‌ی مقدار میانگین را برای تابع $f(x) = -2x^3 - 3x + 1$ در بازه $[0, 2]$ بررسی کرده و عدد $c$ مذکور در قضیه را بیابید.  | ۱/۵      |
| ۸  | جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - 2}{x}$ رارسم کنید.   | ۲        |
| ۹  | با استفاده از دیفرانسیل، مقدار تقریبی $\sqrt{3/99}$ را به دست آورید.  | ۱/۵      |
| ۱۰ | با استفاده از قاعده‌ی هوپیتال، حد تابع زیر را محاسبه کنید.  | ۱/۲۵     |
| ۱۱ | اگر $f$ یک تابع پیوسته و زوج باشد و مقدار متوسط $(f(x))_{x=2}^{x=-2}$ برابر ۸ باشد و داشته باشیم $\int_0^{\pi} (a + 2f(x)) dx = 3\pi$ ، مقدار $a$ را بیابید.  | ۱/۵      |
| ۱۲ | مجموع بالای ریمان را برای تابع $f(x) = \sin x$ در بازه $[0, \pi]$ برای $n = 4$ محاسبه کنید.   | ۱/۵      |
| ۱۳ | اگر $F(x) = \int_1^x \frac{dt}{5+t^2}$ باشد، شیب خط مماس بر منحنی $y = F(6x)$ را در نقطه ای به طول $x = 1$ واقع بر آن به دست آورید.   | ۱        |
| ۱۴ | انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.<br>الف) $\int x^3(x^3 + 2)^{10} dx$<br>ب) $\int_{-2}^2 \left[ \frac{x}{2} \right] dx$   | ۲        |
| ۲۰ | موفق باشید.   | جمع نمره |