باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : **حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)**	رشته: **علوم ریاضی**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : **۱۳۹۰ / ۶ / ۱۹**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		**مرکز سنجش آموزش و پرورش** **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح (اصلاحیه دارد)	نمره
۱	$\alpha=\frac{۳+۹}{۲}=۶$ (۰/۲۵) , $\beta=\frac{۹-۳}{۲}=۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lvert x-۶\rvert<۳$ (۰/۵)	۱
۲	**اگر $x=۰$ که حکم برقرار است (۰/۲۵). حال فرض کنیم چنین نباشد (فرض خلف) یعنی $x\neq ۰$. لذا $x>۰$ چون عبارت برای هر $\varepsilon>۰$ برقرار است، قرار می دهیم $\varepsilon=x$ (۰/۲۵). در نتیجه $x<x\leq۰$(۰/۲۵).که این تناقض است پس فرض خلف باطل است، یعنی $x=۰$(۰/۲۵).**	۱
۳	$\forall\varepsilon>۰,\exists M\in N,(\forall n\geq M\ ,\ \lvert\frac{۱+(-۱)^n}{n^۲}-۰\rvert<\varepsilon$ (۰/۲۵) **اگر n فرد باشد که $\lvert\frac{۱+(-۱)^n}{n^۲}\rvert=۰<\varepsilon$ و این رابطه همواره برقرار است (۰/۵). اگر n زوج باشد داریم:** $\frac{۲}{n^۲}<\varepsilon \Rightarrow \frac{n^۲}{۲}>\frac{۱}{\varepsilon}$ (۰/۵) $\Rightarrow n>\sqrt{\frac{۲}{\varepsilon}}$ **بنابراین کافی است** $M\geq[\sqrt{\frac{۲}{\varepsilon}}]+۱$ **باشد (۰/۲۵).**	۱/۵
٤	**الف) ۹ (۰/۵) ب) L (۰/۵)**	1
۵	الف) $\lim\limits_{k\to+\infty}\frac{۳k+۷}{۳k-۱}=\underset{(۰/۲۵)}{۱}\neq۰$ (۰/۲۵)$\Rightarrow$ (۰/۲۵) **سری واگراست.** ب) $\sum\limits_{k=۱}^{+\infty}\underset{(۰/۵)}{\frac{۴}{۲۵}\times(\frac{۲}{۵})^{k-۱}}=\underset{(۰/۵)}{\frac{\frac{۴}{۲۵}}{۱-\frac{۲}{۵}}}=\frac{۴}{۱۵}$ (۰/۲۵) ج) $s_n=\sum\limits_{k=۱}^{n}(\log(k+۱)-\log(k+۲))=\underset{(۰/۲۵)}{\log ۲-\log(n+۲)}$ (۰/۲۵) **دنباله ی $\{s_n\}$ واگراست (۰/۲۵). پس سری واگراست.** **(۰/۲۵)**	3
٦	$\begin{cases}a_n=\frac{۱}{n}\\ b_n=-\frac{۱}{n}\end{cases}$ (۰/۵)$\Rightarrow \underbrace{\lim\limits_{n\to+\infty}a_n=\lim\limits_{n\to+\infty}b_n=۰\ ,\ \forall n\in N\, a_n,b_n\neq۰}_{(۰/۲۵)}$, $\lim\limits_{n\to+\infty}f(a_n)=۰$ (۰/۲۵) $\lim\limits_{n\to+\infty}f(b_n)=۱$ (۰/۲۵) **چون دو دنباله $\{f(a_n)\},\{f(b_n)\}$ به دو عدد نابرابر همگرایند، لذا $f(x)$ در صفر حد ندارد. (۰/۲۵)**	۱/۵
۷	الف) $\underbrace{\lim\limits_{x\to۰}\frac{۲\sin^۲\frac{x}{۲}}{۲x}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\lim\limits_{x\to۰}\frac{۲\times\frac{x^۲}{۴}}{۲x}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\lim\limits_{x\to۰}\frac{x}{۴}}_{(۰/۲۵)}=۰$ (۰/۲۵) ب) $\underbrace{\lim\limits_{x\to۲}\frac{\sqrt{x+۲}-۲}{x-۲}\times\frac{\sqrt{x+۲}+۲}{\sqrt{x+۲}+۲}}_{(۰/۲۵)}=\lim\limits_{x\to۲}\underset{(۰/۲۵)}{\frac{x-۲}{(x-۲)(\sqrt{x+۲}+۲)}}=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) ج) $\lim\limits_{x\to۲^+}\frac{x+۴}{[-x]-۳}=\lim\limits_{x\to۲^+}\underset{(۰/۲۵)}{\frac{۶}{-۳-۳}}=-۱$ (۰/۲۵)	۲/۲۵

ادامه در برگه ی دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : **حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)**	رشته: **علوم ریاضی**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان : **۱۹ /۶/ ۱۳۹۰**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		**مرکز سنجش آموزش و پرورش** **http://aee.medu.ir**

ردیف	راهنمای تصحیح (اصلاحیه دارد)	نمره
۸	باید $\lim_{t\to\frac{\pi}{6}} f(t)=f(\frac{\pi}{6})$ و $\lim_{t\to\frac{\pi}{3}} f(t)=f(\frac{\pi}{3})$ باشد. بنابراین $\lim_{t\to\frac{\pi}{6}^-}(a\sin t+b\cos 2t)=a\sin\frac{\pi}{6}+b\cos\frac{\pi}{3}=\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$ (۰/۲۵) $\lim_{t\to\frac{\pi}{6}^+}(\cos 2t+2)=\cos\frac{\pi}{2}+2=2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a+b=4$ $\lim_{t\to\frac{\pi}{3}^-}(\cos 2t+2)=\cos\pi+2=1$ (۰/۲۵) $\lim_{t\to\frac{\pi}{3}^+}(\sin^2 t+b)=\sin^2\frac{\pi}{3}+b=\frac{3}{4}+b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{3}{4}+b=1$ $\Rightarrow \underbrace{a=\frac{15}{4}\ ,\ b=\frac{1}{4}}_{(0/5)}$	۱/۵
۹	**تابع f در بازه ی $[3,5]$ پیوسته است (۰/۲۵) و $f(3)=3$ و $f(5)=5$ (۰/۵). $k=4$ بین $f(3)$ و $f(5)$ است (۰/۲۵). آن گاه حداقل یک عدد حقیقی x_0 در بازه ی $[3,5]$ وجود دارد که $f(x_0)=4$ (۰/۲۵).**	۱/۲۵
۱۰	**مجانبهای قائم** $\begin{cases}x\to-\sqrt{3}\\ y\to\infty\end{cases}$, $\begin{cases}x\to 0\\ y\to\infty\end{cases}$, $\begin{cases}x\to\sqrt{3}\\ y\to\infty\end{cases}$ $\Rightarrow x=-\sqrt{3}$, $x=0$, $x=\sqrt{3}$ **(۰/۷۵)** **مجانب مایل** $a=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^5-1}{\underbrace{x(x^4-3x^2)}_{(0/25)}}=2$ (۰/۲۵) $b=\lim_{x\to\pm\infty}(\frac{2x^5-1}{\underbrace{x^4-3x^2}_{(0/25)}}-2x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{6x^3-1}{x^4-3x^2}=0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y=2x$ (۰/۲۵)	۲
۱۱	$f'(27)=\lim_{x\to 27}\frac{\sqrt[3]{x}-3}{\underbrace{x-27}_{(0/25)}}=\lim_{x\to 27}\frac{x-27}{\underbrace{(x-27)(\sqrt[3]{x^2}+3\sqrt[3]{x}+9)}_{(0/5)}}=\frac{1}{27}$ (۰/۲۵)	۱
۱۲	$\begin{cases}F'(x)=f'(g(x))\times g'(x) & (0/25)\\ f'(x)=\frac{5}{2\sqrt{5x+1}}\ ,\ g'(x)=4x^3\end{cases}$ (۰/۵) $\Rightarrow F'(x)=\frac{5}{2\sqrt{5(x^4+2)+1}}\times 4x^3$ (۰/۲۵)	۱
۱۳	$\forall x\in R\ ,\ f(-x)=-f(x)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow -f'(-x)=-f'(x)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(-x)=f'(x)$ (۰/۲۵) **پس f' زوج است.(۰/۲۵)**	۱
۱۴	$f'(x)=12x^2-5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m=f'(1)=7$ (۰/۲۵) , $y+2=7(x-1)\to y=7x-9$ (۰/۵) **<u>اصلاحیه ی سوال ۱۴</u>** **با احترام به عرض می رساند، در صورتی که دانش آموزان با در نظر گرفتن نقطه ی A روی منحنی تابع $f(x)$، مساله را به روش بالا حل نموده اند نمره ی کامل به آنها داده شود و در صورتی که دانش آموزی با بررسی وجود نقطه ی A روی منحنی $f(x)$ به این نکته اشاره نمود که نقطه روی منحنی صدق نمی کند و از راه حل ذیل تا مرحله ی تشکیل معادله ی درجه ی سه برای یافتن طول نقطه ی تماس منحنی و خط مماس، پیش رفته است نیز نمره کامل به وی داده شود.** $f'(x)=12x^2-5$ (۰/۲۵) , $A=(1,-2)$, $B=(\alpha,4\alpha^3-5\alpha+2)$ $m_{AB}=f'(\alpha)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{4\alpha^3-5\alpha+4}{\alpha-1}=12\alpha^2-5$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 8\alpha^3-12\alpha^2+1=0$ (۰/۲۵)	۱
	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	۲۰