

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پیش دانشگاهی		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰/۶/۱۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال تحصیلی ۹۰-۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		
نمره			

۱	نامساوی $3 < x < 9$ را به صورت $ x - \alpha < \beta$ بنویسید.
۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x < \varepsilon$ ثابت کنید که $x = 0$.
۱/۵	با استفاده از تعریف حد دنباله ها ثابت کنید: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + (-1)^n}{n^2} = 0$
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) حد دنباله ی $\left\{ \left(\frac{2n-1}{n+1} \right)^2 \right\}$ برابر است با ب) اگر برای دنباله های $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ داشته باشیم $\forall n \in \mathbb{N}, a_n \leq c_n \leq b_n$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$ آن گاه $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$ برابر است با
۳	با ذکر دلیل، همگرایی یا واگرایی سری های زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی، مقدار سری را بیابید. الف) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k+7}{2k-1}$ ب) $\sum_{k=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{5} \right)^{k+1}$ ج) $\sum_{k=1}^{+\infty} \log \frac{k+1}{k+2}$
۱/۵	با استفاده از دنباله ها، ثابت کنید تابع زیر در نقطه ی $x = 0$ حد ندارد. $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$
۲/۲۵	بدون استفاده از قاعده ی هوپیتال، حدهای زیر بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{[-x]-3}$
۱/۵	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در \mathbb{R} پیوسته باشد. $f(t) = \begin{cases} a \sin t + b \cos 2t & t < \frac{\pi}{6} \\ \cos 2t + 2 & \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3} \\ \sin^2 t + b & t > \frac{\pi}{3} \end{cases}$
۱/۲۵	با استفاده از قضیه ی مقدار میانی، ثابت کنید خط $y = 4$ نمودار تابع $f(x) = (x-3)(x-5) + x$ را قطع می کند.
۲	معادله ی مجانب های تابع $y = \frac{2x^5 - 1}{x^2 - 3x^2}$ را بنویسید.
۱	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x}$ را در نقطه ی $x = 27$ بیابید.
۱	اگر $g(x) = x^2 + 2$ و $f(x) = \sqrt{5x+1}$ و $F = f \circ g$ باشد، $F'(x)$ را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست)
۱	فرض کنید تابع f روی \mathbb{R} مشتق پذیر و فرد باشد. ثابت کنید تابع f' زوج است.
۱	معادله ی خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = 4x^2 - 5x + 2$ را در نقطه ی $A(1, -2)$ بنویسید.
۲۰	موفق باشید. جمع نمره