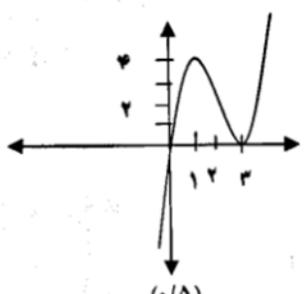


باسمه تعالی

| | | |
|---|---|--|
| مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه | رشته: علوم ریاضی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | |

| | | |
|-----|--|---|
| ۱/۵ | الف) $\frac{5}{6}$ (۰/۵) ب) -2 اینفیموم (۰/۵) ج) e (۰/۵) | ۱ |
| ۱ | $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{n} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists M \in \mathbb{N} \quad \forall n \geq M \quad a_n - L < \varepsilon \rightarrow \left \frac{2n-1}{n} - 2 \right < \varepsilon \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \left \frac{2n-1-2n}{n} \right < \varepsilon \rightarrow \frac{1}{n} < \varepsilon \quad (۰/۲۵) \rightarrow n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow M = \left[\frac{1}{\varepsilon} \right] + 1 \quad (۰/۲۵)$ | ۲ |
| ۱ | <p>تابع $f(x) = x^3 - x - 1$ چندجمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه $[1, 2]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $f(1) = -1$ ، $f(2) = 5$ پس داریم $f(1) \times f(2) < 0$ بنابراین طبق قضیه ی بولزانو دست کم عددی مانند c در بازه $(1, 2)$ وجود دارد به طوری که $f(c) = 0$ یعنی c ریشه ی معادله ی $x^3 - x - 1 = 0$ است. (۰/۲۵)</p> | ۳ |
| ۱ | $a_n = \frac{1}{n} \quad a_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ $b_n = \frac{1}{2n + \frac{1}{2}} \quad b_n \neq 0 \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin(n\pi) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 0 = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(2n\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} 1 = 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{\pi}{x}$ وجود ندارد. بنا براین طبق تعریف حد، $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$</p> | ۴ |
| ۱ | $c'(x) = 3 \dots \dots - 60 \cdot x \quad (۰/۲۵)$ $c'(100) = 3 \dots \dots - 6000 = 24000 \quad (۰/۲۵)$ <p>یعنی وقتی کارخانه ۱۰۰ تلویزیون تولید کرده و بخواهد ۱۰۱ امین تلویزیون را تولید کند تقریباً ۲۴۰۰۰۰ تومان هزینه می کند. (۰/۵)</p> | ۵ |
| ۱/۵ | $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} \quad (۰/۲۵) =$ $\lim_{x \rightarrow \circ} \frac{\sqrt{x^2}}{x} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow \circ} \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \quad (۰/۲۵) \\ f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{1}{\sqrt{x}} = -\infty \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>پس تابع f در $x = 0$ مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)</p> | ۶ |

| | | |
|---|---|--|
| مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه | رشته: علوم ریاضی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--|-----|-----------|---|-----------|---|-----------|------|---|---|---|---|---|-------|--|---|---|---|--|-----|-----------|---|---|---|-----------|----|
| ۱/۵ | <p>نقطه ی تماس $T(\alpha, \alpha^2 + \alpha)$ $f'(x) = 2x + 1 \quad f'(\alpha) = 2\alpha + 1 \quad (./25)$ معادله ی خط مماس: $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - \alpha^2 - \alpha = (2\alpha + 1)(x - \alpha) \quad (./25)$ خط مماس از نقطه ی $A(0, -1)$ میگذرد بنابراین: $-1 - \alpha^2 - \alpha = -2\alpha^2 - \alpha \quad (./25) \rightarrow \alpha^2 = 1 \rightarrow \alpha = \pm 1 \quad (./25)$ معادله ی خطوط مماس: $\alpha = 1 \rightarrow y - 2 = 3(x - 1) \quad (./25) \quad \alpha = -1 \rightarrow y = -1(x + 1) \quad (./25)$</p> | ۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱/۵ | <p>الف) $2xy + y'x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 15y^2y' = 0 \quad (1) \quad (./25)$ ب) $y' = 2 \times \cos 2x \times e^{\sin 2x} \quad (./5)$</p> | ۸ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>تابع f' فرد و تابع g' زوج است پس داریم: $f'(-1) = -f'(1) = -2 \quad (./25)$ $g'(-1) = g'(1) = 3 \quad (./25)$ $\rightarrow (f + g)'(-1) = \underbrace{f'(-1) + g'(-1)}_{(./25)} = -2 + 3 = 1 \quad (./25)$</p> | ۹ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <p>$D = \mathbb{R} \quad y' = 12x^2 - 24x \quad (./25) \quad 12x^2 - 24x = 0 \quad (./25)$ $\rightarrow 12x^2(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \quad (./25) \\ x = 2 \quad (./25) \end{cases} \quad (./25)$ غیر قابل قبول ماکسیمم مطلق $f(3) = 27 \quad (./25)$ مینیمم مطلق $f(2) = -16 \quad (./25)$ $f(1) = -5 \quad (./25)$</p> | ۱۰ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | <p>$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (./25)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \times \frac{dr}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \times \frac{dr}{dt} \quad (./25) \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi (40)^2 \times 5 \quad (./25) = 32000\pi \quad (./25)$</p> | ۱۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | <p>$D = \mathbb{R} \quad y' = 3x^2 - 12x + 9 \quad 3x^2 - 12x + 9 = 0 \quad (./25) \rightarrow \begin{cases} x = 1 \quad (./25) \\ x = 3 \quad (./25) \end{cases}$ $y'' = 6x - 12 \quad 6x - 12 = 0 \rightarrow x = 2 \quad (./25)$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td></td> <td>-</td> <td>۰</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>۴</td> <td>۲</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">مینیمم عطف ماکسیمم (./5)</p>  | x | $-\infty$ | ۱ | ۲ | ۳ | $+\infty$ | y' | + | ۰ | - | ۰ | + | y'' | | - | ۰ | + | | y | $-\infty$ | ۴ | ۲ | ۰ | $+\infty$ | ۱۲ |
| x | $-\infty$ | ۱ | ۲ | ۳ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | + | ۰ | - | ۰ | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y'' | | - | ۰ | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $-\infty$ | ۴ | ۲ | ۰ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|--|---|--|
| مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه | رشته: علوم ریاضی | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۴ | پیش دانشگاهی | |
| مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳ | |
| نمره | راهنمای تصحیح | ردیف |

| | | |
|-----|---|----|
| | <p>بازه ی $[0, 1]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{n}, x_2 = \frac{2}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = 3 \times \frac{i}{n} \quad (0/25), \Delta x_i = \frac{1}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \underbrace{3 \times \frac{i}{n} \times \frac{1}{n}}_{(0/25)} = \frac{3}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i = \frac{3}{n^2} \times \underbrace{\frac{n(n+1)}{2}}_{(0/25)} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = \frac{3}{2} \quad (0/25)$ | ۱۳ |
| ۱ | $\bar{f} = \frac{1}{1-0} \int_0^1 e^{-x} dx = \underbrace{-e^{-x}}_{(0/25)} \Big _0^1 = \underbrace{-e^{-1} - (-e^0)}_{(0/25)} = \underbrace{-\frac{1}{e} + 1}_{(0/25)} \quad (0/25)$ | ۱۴ |
| ۱/۵ | $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (-\cos x) dx = \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big _{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \quad (0/25) =$ <p>(الف)</p> $1 - (-1) = 2 \quad (0/25)$ <p>ب)</p> $\frac{x^4}{4} - \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + c \quad (0/5)$ | ۱۵ |
| ۲۰ | همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر | |