

پاسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	انتگرال و دیفرانسیل	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحه: ۱	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۱۰/۱۳	دوره پیش دانشگاهی		نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور درنوبت دی ماه سال ۱۳۹۳ مرکز سنجش آموزش و پژوهش <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>				

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	$ a  -  b  \leq  a-b $	نشان دهید برای هر دو عدد حقیقی $a$ و $b$ داریم:	۱
۱		به کمک تعریف، ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{n}} = 1$ و اگر $a > 1$ باشد $\lim_{n \rightarrow \infty} a^{\frac{1}{n}} = 1$ .	۲
۱		حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x+5}-3}$ را بدون استفاده از هم ارزی و هوپیتال محاسبه کنید.	۳
۱		معادله مجانب مایل تابع زیر را در صورت وجود، به دست آورید.	۴
۱	$y = \frac{x^3 + 2x + 5}{x^2 + 1}$		
۱		به کمک تعریف مشتق، شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 + 2$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی بیابید.	۵
۱/۵		معادله حرکت ذره ای به صورت $s = t^3 - 4t^2 + 2t + 3$ است. (د بر حسب سانتی متر و $t$ بر حسب ثانیه است) شتاب این ذره را به عنوان تابعی از زمان پیدا کنید. پس از گذشت ۳ ثانیه شتاب چقدر است؟	۶
۱/۵		به ازای چه مقادیری از $a$ و $b$ و $c$ تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ ax^2 + bx + c & x \geq 1 \end{cases}$ مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۷
۲	$x^2 + y^4 = xy^3 + 1$	(الف) $y = \ln x$ (ب) $y = e^{\tan x}$	۸
۱		ثابت کنید اگر تابع $f$ زوج و مشتق پذیر باشد آنگاه تابع مشتقش فرد است.	۹
۱/۵		نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$ را پیدا کنید.	۱۰
۱/۵		مخزنی استوانه ای به شعاع ۳ متر را با آنهنگ ۲ متر مکعب بر دیگر از آب پر میکنند. ارتفاع آب با چه آهنگی بالا می آید؟	۱۱
۲		جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = x^4 + 3x^2$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵		الف) جمع $\sum_{i=1}^n 3i$ را بسط دهید.	۱۳
	$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + 100x^{99}$	ب) جمع رو به رو را با استفاده از نماد $\Sigma$ بنویسید.	
۲/۵	$\int (e^{3x} + \sqrt{x} + \frac{1}{x}) dx$	(الف) $\int [x] dx$ (ب) $\int [x]  x-1  dx$	۱۴
۲۰	جمع نمره	موفق باشید	