

پاسخ نامه تشریحی

فصل هفتم یادآوری مفاهیم پایه



۱۰. گزینه‌ی «۱»

$$x + 2\sqrt{x} \geq 3 \Rightarrow x + 2\sqrt{x} - 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 3) \geq 0$$

همواره مثبت

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 1 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$$

بنابراین:

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(2x-1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$$

$$= |2x-1| - |x-1| \xrightarrow{x \geq 1} (2x-1) - (x-1) = x$$

۱۱. گزینه‌ی «۴»

$$[x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

حالا عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{x^2 - 2x\sqrt{x} + x} + \sqrt{1+x-2\sqrt{x}}$$

$$= \sqrt{x(x-2\sqrt{x}+1)} + \sqrt{x-2\sqrt{x}+1}$$

$$= \sqrt{x(\sqrt{x}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$= |\sqrt{x}-1| \sqrt{x} + |\sqrt{x}-1| \xrightarrow{0 \leq x < 1} -(\sqrt{x}-1)\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1)$$

$$= -x + \sqrt{x} - \sqrt{x} + 1 = 1 - x$$

۱۲. گزینه‌ی «۱»

منحنی $y = x^2 - 2|x| - 1$ پایین خط به معادله‌ی $y = 2$ قرار دارد یعنی:

$$x^2 - 2|x| - 1 < 2 \Rightarrow x^2 - 2|x| - 3 < 0$$

$$\xrightarrow{x^2 = |x|^2} |x|^2 - 2|x| - 3 < 0 \Rightarrow (|x| - 3)(|x| + 1) < 0$$

همواره مثبت

$$\Rightarrow |x| - 3 < 0 \Rightarrow -3 < x < 3$$

۱۳. گزینه‌ی «۳»

$$x + |x - 3| = 3 \Rightarrow |x - 3| = 3 - x \Rightarrow |x - 3| = -(x - 3)$$

با توجه به نکات حل معادله‌ی قدرمطلق باید:

$$x - 3 \leq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in (-\infty, 3]$$

۱۴. گزینه‌ی «۴»

شکل داده شده یک مربع به مرکز (۰, ۱) و به طول قطر $6 (= 2\sqrt{3})$ است. بنابراین:

$$S = \frac{(\text{قطر})^2}{2} = \frac{6^2}{2} = 18$$

۱۵. گزینه‌ی «۱»

قدرمطلق‌ها را تعیین علامت می‌کنیم:

$$|3x+6| - 3|x-1| - 4x = \begin{cases} 3x+6-3x+3-4x, & x \geq 1 \\ 3x+6+3x-3-4x, & -2 < x < 1 \\ -3x-6+3x-3-4x, & x \leq -2 \end{cases}$$

۱. گزینه‌ی «۳»

$$|x^2 - 9| < 0.1 \Rightarrow |x-3||x+3| < 0.1 \Rightarrow |x-3| < \frac{0.1}{|x+3|} (*)$$

از آنجا که $2 < x < 4$ بنابراین:

$$5 < x+3 < 7 \Rightarrow 5 < |x+3| < 7 \Rightarrow \frac{1}{7} < \frac{1}{|x+3|} < \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{0.1}{7} < \frac{0.1}{|x+3|} < \frac{0.1}{5}$$

پس از آنجا که $|x-3| < \delta$ و با توجه به (*), بیشترین مقدار (*) برابر $\frac{0.1}{5}$ است، یعنی:

$$\max(\delta) = \frac{0.1}{5} = \frac{1}{50} = 0.02$$

۲. گزینه‌ی «۳»

این نمایش مربوط به همسایگی متقارن است و نه همسایگی متقارن محذوف

۳. گزینه‌ی «۳»

اعداد فرد نسبت به جمع بسته نیست چون مجموع دو عدد فرد برابر یک عدد زوج است که در مجموعه قرار ندارد.

۴. گزینه‌ی «۳»

$$A = 0.121212... \Rightarrow A = 0.\overline{12} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

حالا حاصل $\sqrt{\frac{1}{A} - 2}$ را می‌یابیم:

$$\sqrt{\frac{1}{A} - 2} = \sqrt{\frac{33}{4} - 2} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۵. گزینه‌ی «۵»

این گزینه نمایش‌دهنده‌ی یک عدد اعشاری بی‌پایان و غیرمتناوب است.

۶. گزینه‌ی «۲»

وقتی $0 < a < 1$ باشد آن‌گاه:

$$... > a > a^2 > a^3 > ...$$

بنابراین گزینه‌ی «۲» نادرست است.

۷. گزینه‌ی «۲»

با توجه به نکات درس:

$$a = \frac{-3+9}{2} = 3$$

$$\Rightarrow (a, b) = (3, 6)$$

$$b = \frac{9-(-3)}{2} = 6$$

۸. گزینه‌ی «۱»

بدون شرح!

۹. گزینه‌ی «۱»

$$0 < a < b \xrightarrow{\times(-)} 0 > -a > -b \Rightarrow -\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -4x + 9 & , x \geq 1 \\ 2x + 3 & , -2 < x < 1 \\ -4x - 9 & , x \leq -2 \end{cases}$$

پس تابع در فاصله‌ی $(-2, 1)$ صعودی است. ($m = 2$ و مثبت است)