

باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال

تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶

سال سوم آموزش متوسطه

اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶

راهنمای تصحیح

ردیف

$$x = 2k$$

$$y = 2k + 2 \quad (0/25) \quad x \cdot y \cdot z = 2k(2k+2)(2k+4) \quad (0/25)$$

$$z = 2k + 4 = 2^3 k(k+1)(k+2) \quad (0/25) = 8k' \quad (0/25)$$

$$P(1): 5^1 - 4 - 1 = 0 = 0 \times 16 \quad (0/25)$$

$$P(k): 5^k - 4k - 1 = 16m \quad (0/25)$$

$$P(k+1): 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m' \quad (0/25)$$

$$5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 \Rightarrow 5^{k+1} - 4k - 16k - 5 = 16m \times 5 \quad (0/5)$$

$$5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 + 16k = 16(\Delta m + k) \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m'$$

برهان خلف: فرض کنیم  $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$  گنگ نباشد پس گویاست. (0/25)

$$\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2+\sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} - 2 \quad (0/5)$$

گویا = گنگ

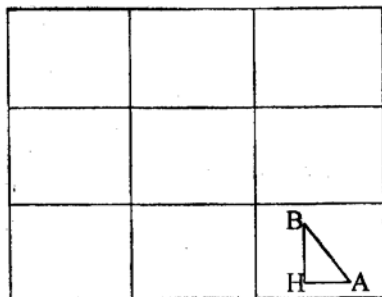
به تناقض رسیدیم پس  $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$  گنگ است. (0/25)

$$2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \Leftrightarrow (0/25)$$

$$(x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$$

$$(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad \text{بدیهی است} \quad (0/5)$$

بنابر اصل لانه کبوتری ده نقطه را به منزله ده کبوتر و ۹ قسمت را به عنوان لانه در نظر می گیریم چون  $10 > 9$  پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر درون یک لانه است. (0/25)



(0/25)

$$(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$$

$$(AB)^2 < \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \quad (0/25)$$

$$(AB)^2 < \frac{2}{9}$$

$$AB < \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (0/25)$$

«ادامه در صفحه ی دوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۶	$A = \{۲, ۴\}$ $B = \{۱, ۲, ۳\}$ (۰/۲۵) الف) $A^۲ = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۴, ۲), (۴, ۴)\}$ (۰/۲۵) $B^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳)\}$ (۰/۵) $A^۲ - B^۲ = \{(۲, ۴), (۴, ۲), (۴, ۴)\}$ (۰/۲۵) ب) $۲^۳ = ۸$ (۰/۲۵)
۷	اول طرف $= A \cap (B \cap C \cap D)' = [A \cap (B' \cup C' \cup D)'] =$ (۰/۵) $(A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D) = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D)$ (۰/۵)
۸	$\{a\}, \{b\}, \{c\}$ (۰/۲۵) $\{a, b, c\}$ (۰/۲۵) $\{a\}, \{b, c\}$ $\{b\}, \{a, c\}$ $\{c\}, \{a, b\}$ (۰/۵)
۹	۱) $(a, b) R (a, b) \Leftrightarrow \frac{a}{b^۳} = \frac{a}{b^۳}$ (۰/۲۵) ۲) $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{b^۳} = \frac{c}{d^۳} \Rightarrow \frac{c}{d^۳} = \frac{a}{b^۳} \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ (۰/۵) ۳) $\left. \begin{array}{l} (a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{a}{b^۳} = \frac{c}{d^۳} \\ (c, d) R (e, f) \Rightarrow \frac{c}{d^۳} = \frac{e}{f^۳} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b^۳} = \frac{e}{f^۳} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ (۰/۵) چون R هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و ترایی را دارد پس R هم ارزی است.    (۰/۲۵) $[(۳, -۱)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (۳, -۱)\}$ (۰/۲۵) $\frac{x}{y^۳} = \frac{۳}{(-۱)^۳} \Rightarrow x = -۳y^۳$ (۰/۲۵)
	«ادامه در صفحه ی سوم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۰	<p>الف) <math>S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>A = \{(پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ج) <math>B = \{(پ, پ, پ), (ر, ر, ر)\}</math> (۰/۵)</p> <p>د) <math>A \Delta B = \{(پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (پ, پ, پ)\}</math> (۰/۵)</p>
----	--

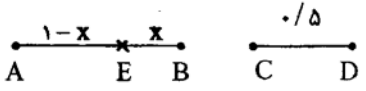
۱۱	<p>الف) <math>p(A) = \frac{\binom{6}{5}}{\binom{9}{5}} = \frac{6}{126} = \frac{1}{21}</math> (۰/۷۵)</p> <p>ب) <math>p(B) = \frac{\binom{4}{1}\binom{5}{4} + \binom{4}{0}\binom{5}{5}}{\binom{9}{5}} = \frac{4 \times 5 + 1 \times 1}{126} = \frac{21}{126} = \frac{1}{6}</math> (۱)</p>
----	---

۱۲	<p>A: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۲ <math>\Rightarrow P(A) = \frac{\left[ \frac{1000}{2} \right]}{1000} = \frac{500}{1000}</math> (۰/۲۵)</p> <p>B: پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۷ <math>\Rightarrow P(B) = \frac{\left[ \frac{1000}{7} \right]}{1000} = \frac{142}{1000}</math> (۰/۲۵)</p> <p>چون <math>(۲, ۷) = ۱ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{\left[ \frac{1000}{14} \right]}{1000} = \frac{۷۱}{1000}</math> (۰/۵)</p> <p><math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{500}{1000} + \frac{142}{1000} - \frac{71}{1000} = \frac{571}{1000}</math> (۰/۵)</p>
----	---

«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۲۳ / ۳ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۳	$p\{a, b, c\} + p\{d\} = 1 \quad (0/25)$ $p\{d\} = 1 - p\{a, b, c\} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$ $p\{a, b\} = \frac{2}{3} - p\{d\} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \quad (0/5)$
۱۴	<p>فرض می کنیم قطعه چوب ۱ متری در نقطه E بریده شود که به فاصله X از یک سر چوب قرار دراد. بنابراین فضای نمونه ای را می توان خط AB به طول ۱ متر در نظر گرفت (۰/۲۵)</p>  <p>برای اینکه سه پاره خط AE، EB، CD، تشکیل یک مثلث بدهند باید طول هر پاره خط از مجموع طولهای دو پاره خط دیگر کمتر شود.</p> $AE + EB > CD \Rightarrow 1 - x + x > \frac{1}{2} \Rightarrow 1 > \frac{1}{2}$ $AE + CD > EB \Rightarrow 1 - x + \frac{1}{2} > x \Rightarrow \frac{3}{2} > 2x \Rightarrow \frac{3}{4} > x \quad (0/75)$ $EB + CD > AE \Rightarrow x + \frac{1}{2} > 1 - x \Rightarrow 2x > \frac{1}{2} \Rightarrow x > \frac{1}{4}$ $A = \left\{ x \mid \frac{1}{4} < x < \frac{3}{4} \right\} \xrightarrow{(0/25)} P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$
۱۵	$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) \geq 0 \quad (0/25)$ $1 - \left( P(A) + P(B) - P(A \cap B) \right) \geq 0 \quad (0/5)$ $\Rightarrow P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1 \quad (0/25)$

مصححین محترم:

لطفاً راه حل های صحیح دیگر را نیز بارم بندی نمایید.