

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۶ / ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱ (الف)

تعداد ضلع‌ها	۳	۴	۵	۶	...	n
تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۰	۱	۲	۳	...	(n - ۳)

(۰/۲۵) (ب) $\text{تعداد تمام قطرهای } n \text{ ضلعی محدب} = \frac{n(n-3)}{2}$ (۰/۲۵)

۲

برهان: نیمساز زاویه‌های داخلی مستطیل دلخواه ABCD را رسم می‌کنیم.
با توجه به شکل داریم:

$\Delta ADZ: \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = 45^\circ \Rightarrow \hat{Z}_1 = \hat{Z}_2 = 90^\circ$ (۰/۲۵)

با استدلالی مشابه نتیجه می‌شود: $\hat{Y} = \hat{W} = \hat{X} = 90^\circ$ بنابراین چهار ضلعی WXYZ یک مستطیل است. از طرفی می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta DWC \cong \Delta AYB \text{ (زضز)} \rightarrow AY = DW \text{ (۰/۲۵)} \\ \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \rightarrow AZ = DZ \text{ (۰/۲۵)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{از هم کم می‌کنیم}} AY - AZ = DW - DZ \\ \rightarrow YZ = WZ \text{ (۰/۲۵)} \end{array}$$

پس مستطیل WXYZ مربع است.

۳

۰/۷۵ $6x + (x + 7) + 4(x - 1) = 36 \Rightarrow x = 3$ (۰/۲۵)

$6x = 18$, $x + 7 = 10$, $4(x - 1) = 8$

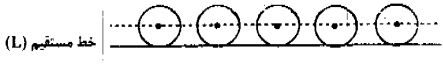
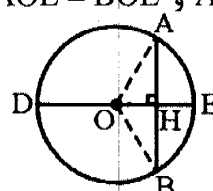
بنابراین طول پاره خطها عبارت است از:

قضیه وجود مثلث $\rightarrow \begin{cases} 10 + 8 > 18 \text{ (ع)} & (۰/۲۵) \\ 18 + 10 > 8 \text{ (ص)} \\ 18 + 8 > 10 \text{ (ص)} \end{cases}$

بنابراین این سه پاره خط نمی‌توانند اضلاع یک مثلث باشند. (۰/۲۵)

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۶ / ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

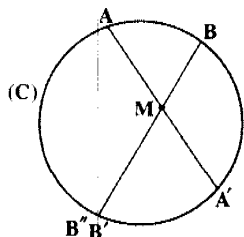
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	<p>برهان: چون $\widehat{ABC} > \widehat{DEF}$، از B پاره خط BR را طوری رسم می‌کنیم که $\widehat{ABR} = \widehat{DEF}$ و $BR = EF$ باشد. (۰/۲۵) اگر AR را رسم کنیم، چون $\triangle ABR \cong \triangle DEF$ (ض ز ض) بنابراین $AR = DF$. (۰/۲۵) از طرفی $BC = EF$ پس $BC = BR$ (۰/۲۵) حال نیمساز زاویه \widehat{RBC} را رسم می‌کنیم تا ضلع AC را در نقطه Q قطع کند. (۰/۲۵) با رسم QR چون $\triangle BQR \cong \triangle BQC$ (ض ز ض) پس $QR = QC$. (۰/۲۵) حال می‌توان نوشت:</p> <p>$\triangle AQR \xrightarrow{\text{قضیه نامساوی مثلث}} AQ + QR > AR \quad (0/25) \xrightarrow[AR=DF]{QR=QC} AQ + QC > DF$ $\rightarrow AC > DF \quad (0/25)$</p>	۱/۷۵
۵	<p>مکان هندسی مطلوب خطی است موازی خط L با فاصله برابر با شعاع توپ.</p>  <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۰/۵
۶	<p>برهان: از مرکز دایره به نقاط A و B وصل می‌کنیم (۰/۲۵) در مثلث متساوی الساقین OAB می‌دانیم ارتفاع OA نیمساز رأس \widehat{O} و میانه ضلع AB نیز است. (۰/۲۵) بنابراین $\widehat{AOE} = \widehat{BOE}$ و $AH = HB$ بنابراین $\widehat{AE} = \widehat{BE}$ (۰/۲۵)</p> 	۱
۷	<p>(الف) درست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۸	<p>$\frac{2x + (3x + 10)}{2} = 90 \quad (0/25) \rightarrow x = 34^\circ \quad (0/25)$ $y = \frac{\widehat{ACB}}{2} \quad (0/25) \Rightarrow y = 2x^\circ = 2 \times 34^\circ = 68^\circ \quad (0/25)$</p> <p>(زاویه ظلی)</p>	۱
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

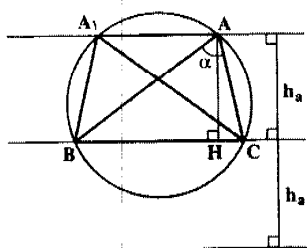
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۶ / ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	<p>برهان: بر سه نقطه A، B و A' یک دایره می‌گذرانیم. (دایره C) اگر این دایره از نقطه B' بگذرد، حکم ثابت است. (۰/۲۵) اما اگر این دایره از B' نگذرد، خط MB را در نقطه دیگری مانند B'' قطع خواهد کرد. در این صورت خواهیم داشت: $(۰/۲۵) MA \cdot MA' = MB \cdot MB''$</p> <p>از مقایسه این رابطه با فرض قضیه، نتیجه می‌شود $(۰/۲۵) MB' = MB''$ و این نشان می‌دهد که B' بر B'' منطبق است. (۰/۲۵) یعنی دایره‌ای که بر سه نقطه A، B و A' گذشته است، از نقطه B' نیز می‌گذرد، پس چهار نقطه A، A'، B و B' روی یک دایره واقعند.</p>	۱/۲۵
---	---	------



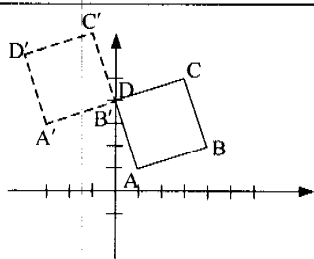
۱۰	<p>روش رسم: برای رسم مثلث ABC، نخست پاره خط BC به طول a را رسم می‌کنیم چون $\hat{BAC} = \alpha$، پس یک مکان هندسی رأس A کمان در خور زاویه α روبه‌رو به پاره خط BC است (۰/۲۵) از طرفی $AH = h_a$ مقدار ثابتی است. پس مکان هندسی دیگر رأس A دو خط موازی ضلع BC و به فاصله h_a از آن است. (۰/۲۵) نقطه یا نقطه‌های برخورد این دو مکان هندسی، رأس A است. (۰/۲۵) از A به B و C وصل می‌کنیم. مثلث ABC یکی از جواب‌های مسئله است.</p>	۱
----	--	---



رسم شکل (۰/۲۵)

۱۱	<p>تبدیل، نگاشتی یک به یک از صفحه به روی خودش است. (۰/۵)</p> <p>الف) انتقال (۰/۲۵) ب) تجانس (۰/۲۵) ج) تجانس (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------

۱۲	<p>الف) رسم شکل (۰/۵)</p> <p>ب) $(۰/۲۵) T(x, y) = (x - 4, y + 2) \Rightarrow BD = (-4, 2)$ (بردار انتقال)</p> <p>ج) چون این تبدیل انتقال است پس ایزومتري است. (۰/۲۵) و شیب خط را حفظ می‌کند. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
----	--	------



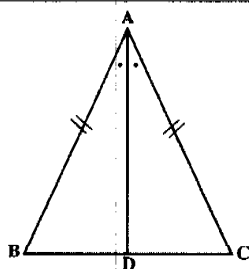
«ادامه در صفحه‌ی چهارم»

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۶ / ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	الف) $T(x, y) = (-y, x)$ (۰/۲۵) ب) $A(0, 2) \xrightarrow{T} A'(-2, 0)$ (۰/۲۵) $A(-2, 0) \xrightarrow{T} B'(0, -2)$ (۰/۲۵) $\rightarrow m_{A'B'} = \frac{0 - (-2)}{-2 - (0)} = -1 \rightarrow$ معادله خط تصویر $y = -x - 2$ (۰/۲۵)	۱
----	--	---

۱۴	برهان: در مثلث ABC ، $AB = AC$ و نیمساز زاویه A ، ضلع BC را در D قطع می‌کند. تحت بازتاب نسبت به خط AD (۰/۲۵)، خطی که شامل پاره خط AB است، روی خطی که شامل پاره خط AC است تصویر می‌شود. (۰/۲۵) چون $AB = AC$ پس $B \rightarrow C$ (۰/۲۵) بنابراین $\hat{B} = \hat{C}$ (۰/۲۵) یعنی زاویه‌های مقابل به ضلع‌های مساوی در مثلث مساوی الساقین برابرند.	۱
----	--	---

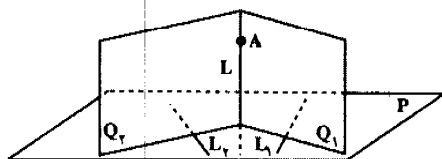


۱۵	الف) انقباض (۰/۲۵) ب) عمود منصف (۰/۲۵) ج) صفحه (۰/۲۵) د) متناظر (۰/۲۵) هـ) بیشمار (۰/۲۵)	۱/۲۵
----	--	------

۱۶	برهان: از دو خط L_1 و L_2 صفحه P را می‌گذرانیم. (۰/۲۵) اگر L_3 در صفحه P باشد حکم برقرار است. (۰/۲۵) در صورتی که L_3 در صفحه P نباشد چون L_3 با L_1 و L_2 متقاطع است پس صفحه P را در نقطه مشترک L_1 و L_2 قطع می‌کند (۰/۲۵) زیرا در غیر این صورت باید صفحه را در دو نقطه متمایز قطع کند (۰/۲۵) یعنی L_3 تماماً در صفحه P قرار می‌گیرد که این خلاف فرض است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
----	--	------

۱۷	الف) از نقطه A ، دو خط متمایز موازی صفحه P رسم می‌کنیم. (۰/۲۵) صفحه‌ای که از این دو خط می‌گذرد، همان صفحه مورد نظر است. (۰/۲۵)	۰/۵
----	--	-----

۱/۲۵	ب) دو خط غیرموازی L_1 و L_2 را در صفحه P در نظر بگیریم. (۰/۲۵) از نقطه A صفحه Q_1 را عمود بر L_1 (۰/۲۵) و صفحه Q_2 را عمود بر L_2 رسم کنید. (۰/۲۵) این دو صفحه متقاطعتند. (۰/۲۵) فصل مشترک این دو صفحه را L بنامید. طبق قضیه اساسی تعامد، L بر صفحه P عمود است. (۰/۲۵) و همان خط مطلوب است.	۱/۲۵
------	---	------

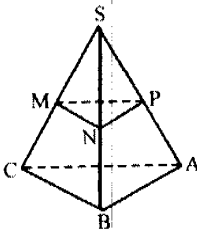


«ادامه در صفحه‌ی پنجم»

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه (۲)	رشته‌ی: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳ / ۶ / ۱۳۸۹
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریورماه) سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۸	 <p>(۱) $\frac{SP}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} PN \parallel AB$ (۰/۲۵) در صفحه مثلث SAB</p> <p>(۲) $\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} NM \parallel BC$ (۰/۲۵) در صفحه مثلث SAB</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم صفحه مثلث PNM موازی صفحه مثلث ABC است. (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

همکاران محترم:

لطفاً برای راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی، نمره به تناسب منظور گردد.