

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	فرض خلف: فرض کنیم $a \neq 0$ (۰/۲۵). پس طبق فرض $0 < a < h$ (۰/۲۵). حال قرار می دهیم $h = \frac{a}{2}$ (۰/۲۵) که در این صورت داریم $0 < a < \frac{a}{2}$ و این تناقض است. (۰/۲۵)	۱
۱	$-1 \leq \cos n \leq 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{\cos n}{n} \leq \frac{1}{n}$ (۰/۲۵), $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{1}{n} = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n} = 0$ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	$f(0) = b$ (۰/۲۵), $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a + [x] = a - 1 = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = 4$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 3 - x^2 = 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow b = 3$ (۰/۲۵)	۳
۰/۷۵	مجانب قائم $x = 2$ (۰/۲۵). چون $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-2}$ (۰/۲۵). بنابراین $y = x - 1$ مجانب مایل است (۰/۲۵).	۴
۱	$V(r) = \frac{4}{3} \pi r^3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{r=10} \frac{dV}{dr}(10) = 400\pi$ (۰/۵)	۵
۱/۵	$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ \sin x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ (۰/۲۵) مشتق پذیر نیست (۰/۲۵) \Rightarrow $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sin x}{x} = -1$ (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 2ax + b$ (۰/۲۵), $f''(x) = 2a$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f''(-1) = -2 \Rightarrow a = -1$ (۰/۲۵) $f'(-1) = 4 \Rightarrow b = 2$ (۰/۲۵), $f(-1) = -6 \Rightarrow c = -2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f(x) = -x^2 + 2x - 2$ (۰/۲۵)	۷
۱/۲۵	$2x^2 + \lambda xy + 4x^2 y' - 9y^2 y' = 0 \xrightarrow{x=-1, y=1} y' = -1$ (۰/۲۵)	۸
۱	$b = 2 \Rightarrow 1 + e^{2x} = 2 \Rightarrow x = 0$ (۰/۲۵), $f'(x) = 2e^{2x}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۹
۰/۷۵	$g'(x) = \frac{(1 + \frac{1}{\sqrt{x}})}{2\sqrt{x}}$ (۰/۵) $\frac{(x + \sqrt{x})}{(x + \sqrt{x})}$ (۰/۲۵)	۱۰
۱/۵	الف) نقطه ی درونی c (۰/۲۵) را نقطه ی بحرانی نامیم هرگاه $f'(c) = 0$ یا $f'(c)$ موجود نباشد. (۰/۵) ب) در نتیجه $x = 0$ بحرانی است. (۰/۲۵). $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f'(0) = 0$ (۰/۲۵), $D_f = [-2, 2]$ (۰/۲۵)	۱۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۱۰/۹	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://acc.medu.ir	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال تحصیلی ۹۲-۱۳۹۱	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$f'(x) = 4x^2 - 4(0/25) = 4(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 1 (0/25), f''(x) = 12x^2 (0/25)$ $f''(1) = 12 > 0 (0/25) \Rightarrow x = 1$ مینیمم موضعی مقدار مینیمم موضعی $f(1) = -2 (0/25)$	۱۲																								
۲	$f'(x) = 3x^2 - 3 (0/25) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 1, -1 (0/25)$ $f''(x) = 6x (0/25) \xrightarrow{f''(x)=0} x = 0 (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗</td> <td>↘</td> <td>↗</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> (۰/۱۵)	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'	+	0	-	0	+	f''	-	-	0	+	+	f	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$	۱۳
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																					
f'	+	0	-	0	+																					
f''	-	-	0	+	+																					
f	$-\infty$	↗	↘	↗	$+\infty$																					
۱/۵	$\Delta x = \frac{2}{n} (0/25), x_i = \frac{2i}{n} (0/25), f(x_i) = 2x_i + 1 = \frac{4i}{n} + 1 (0/25)$ $S_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{4i}{n} + 1\right) \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 1\right) = \frac{2}{n} \left(\frac{4}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + n\right) = \frac{4(n+1)}{n} + 2 (0/25)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4(n+1)}{n} + 2\right) = 6 (0/25)$	۱۴																								
۱	می دانیم $m < \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx < M$ که در آن M, m به ترتیب مقادیر مینیمم و ماکسیمم مطلق تابع f بر بازه $[a, b]$ هستند (۰/۲۵). چون f پیوسته است (۰/۲۵) بنابر قضیه مقدار میانی (۰/۲۵) هر مقدار بین ماکسیمم و مینیمم خود را در نقطه ای مانند $c \in [a, b]$ می گیرد. لذا $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = f(c)$ یا $\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c)$	۱۵																								
۱/۵	$\int_0^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 (x - [x]) dx + \int_1^2 (x - [x]) dx = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x-1) dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 + \left[\frac{1}{2}x^2 - x\right]_1^2 = 1 (0/25)$	۱۶																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																									