

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه
پیش دانشگاهی			
دانش آموزان سالی واحدی (روزانه) سراسر کشور در مرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخنامه دارد)		
	نمره		

۱	اشتراک دو بازه‌ی $(-۱, ۶)$ و $(-۲, ۴)$ را به صورت یک همسایگی متقارن نوشته و مرکز و شعاع آن را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	دنباله‌ی $\{\cos \frac{\pi}{n}\}$ را در نظر بگیرید. با ارائه‌ی دلیل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) کران‌داری دنباله‌ی فوق را بررسی کنید. ب) آیا سری $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{n}$ همگراست؟	۱/۲۵
۳	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع رو به رو در $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} b[x] + ۳ & x > ۱ \\ ۶ & x = ۱ \\ \frac{۳a(x-1)}{x^2 - 1} & x < ۱ \end{cases}$	۱/۵
۴	کلیدی مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ را تعیین کنید.	۱/۵
۵	فرض کنید $f'(2) = \frac{۳}{۲}$. مشتق $g(x) = f(\frac{1}{x})$ را در $x = \frac{1}{۲}$ محاسبه کنید.	۱
۶	معادله‌ی خط مماس بر منحنی $x^4 + 16y^4 = ۳۲$ را در نقطه‌ی $(۲, -۱)$ بنویسید.	۱
۷	نقطه‌ی M روی مسیر $f(x) = \sqrt{3x^2 + 1}$ در حال حرکت است. هنگامی که M در نقطه‌ی $(۱, ۲)$ قرار دارد، اگر مولفه‌ی y آن با سرعت ۶ متر بر ثانیه افزایش یابد، مولفه‌ی x با چه سرعتی تغییر می‌کند؟	۱
۸	مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ را در بازه‌ی $[-۱, \frac{1}{۲}]$ در صورت وجود بیابید.	۲
۹	برای تابع $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ در بازه‌ی $[۱, ۳]$ شرایط قضیه‌ی مقدار میانگین را بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط قضیه، مقدار یا مقادیر مناسبی برای c بیابید.	۲
۱۰	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ را رسم کنید.	۲
۱۱	با استفاده از قاعده‌ی هویتال حد رو به رو را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x}{\tan 2x}$	۱/۵
۱۲	با استفاده از حد مجموع بالای ریمان، مقدار $\int_0^1 2x dx$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	بدون محاسبه‌ی انتگرال، مشتق $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{t}{2+\sqrt{t}} dt$ را پیدا کنید.	۰/۷۵
۱۴	مقدار متوسط تابع $y = x - \frac{1}{x^2}$ را در بازه‌ی $[۱, ۳]$ بیابید.	۱
۱۵	انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید. الف) $\int \frac{3x^2 - x}{x} dx$ ب) $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	۱/۲۵