

سؤالات کنکور ۱۳۹۹

سؤالات کنکور سراسری ۱۳۹۹

۱. اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آنگاه کدام رابطه نادرست است؟

(۱) $B - A' = A$ (۲) $A - B' = A$ (۳) $A \cap B' = \emptyset$ (۴) $B \cap A' = \emptyset$

۲. مجموعه $((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) \cup (A - B)$ ، با کدام مجموعه برابر است؟

(۱) $A \cup B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) A (۴) B'

۳. در مجموعه‌های چهار عضوی $A = \{x+2, 1, 4, y\}$ و $B = \{5, 7, z, t-1\}$ ، فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. تعداد مجموعه‌ها به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ ، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

(۱) $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$ (۲) $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$ (۳) $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ (۴) $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

۵. تعداد اعداد طبیعی چهاررقمی بخش‌پذیر بر ۵، با ارقام غیر تکراری، کدام است؟

(۱) ۹۴۸ (۲) ۹۵۲ (۳) ۹۶۸ (۴) ۹۷۲

۶. تعداد جملات در بسط عبارت $(a+b+c)^{12}$ ، کدام است؟

(۱) ۷۲ (۲) ۷۸ (۳) ۸۴ (۴) ۹۱

۷. در جعبه‌ای ۷ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۱۰ کتاب ریاضی موجود است. حداقل چند کتاب از این جعبه برداریم تا مطمئن باشیم، حداقل ۴ کتاب، هم‌موضوع است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

۸. به تصادف یک عدد طبیعی دو رقمی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{7}{15}$ (۴) $\frac{8}{15}$

۹. تاس همگنی را سه بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰. سه ظرف داریم. در ظرف اول ۹ مهره سفید، در دومی ۹ مهره سیاه و در سومی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. به تصادف از یک ظرف ۲ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره سیاه است؟

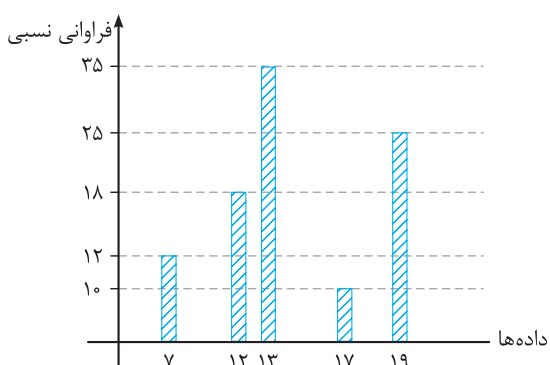
(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{11}{18}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{13}{18}$

۱۱. A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = 0.4$ ، $P(B|A) = 0.25$ و $P(B) = 0.3$ باشد، $P(B|A')$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۲. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، میانگین کدام است؟

(۱) ۱۳ (۲) $13/8$ (۳) ۱۴ (۴) $14/2$



۱۳. چند عدد طبیعی مضرب ۹ وجود دارد، که باقی مانده تقسیم آن اعداد بر ۴۳۰، با مجذور خارج قسمت، برابر باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۴. کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ برابر بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک آن ها است. اگر مجموع این دو عدد ۱۳۶ باشد، تفاضل آن دو عدد، کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۲ (۴) ۵۶

۱۵. اگر عدد $2^n - 1$ بر عدد ۲۱۷ بخش پذیر باشد، تعداد اعداد دورقمی n ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۶. عدد چهاررقمی $\overline{aabb}$ ، مجذور عدد دورقمی $\overline{cc}$ است. $a - b$ ، کدام است؟

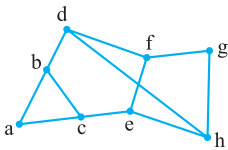
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۷. اگر درجه رأس های یک گراف ۴، ۲، ۲، ۲ و ۲ باشد، تعداد تمام دورهای موجود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸. در گراف زیر، کدام مجموعه، یک مجموعه احاطه گر مینیمال، نیست؟

- (۱) $\{a, e, g\}$ (۲) $\{a, f, g\}$
(۳) $\{b, c, g\}$ (۴) $\{c, f, h\}$



۱۹. در یک گراف ۷ رأسی غیرتهی و غیرکامل K - منتظم، K چند عدد می تواند اختیار کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سوالات کنکور خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۰. فرض کنید A و B دو مجموعه غیرتهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند. کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $A \subset B'$ (۲) $A - B' = \phi$ (۳) $A \cap B' = A$ (۴) $(A \cup B)' = \phi$

۲۱. مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B))$ با کدام مجموعه، برابر است؟

- (۱) A (۲) B (۳) A' (۴) B'

۲۲. اگر $A = [1, 4]$ و $B = (-1, 3]$ باشند، مساحت نمودار $A \times A - B \times B$ در صفحه مختصات، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۶

۲۳. کدام یک از گزاره های زیر، هم ارز منطقی گزاره $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ است؟

- (۱) p (۲) q (۳) $p \wedge q$ (۴) $p \Rightarrow q$

۲۴. تعداد اعداد چهاررقمی با ارقام غیر تکراری که شامل رقم ۵ باشند، کدام است؟

- (۱) ۱۸۴۸ (۲) ۱۷۹۲ (۳) ۱۷۴۸ (۴) ۱۶۵۸

۲۵. تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x + y + z + t = 11$ ، به شرط آنکه $x < 5$ باشد، کدام است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۲۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۲۸۰

۲۶. حداقل چند عدد از مجموعه اعداد طبیعی متوالی $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب شود، تا مطمئن باشیم بین آن ها حداقل دو عدد با مقسوم علیه مشترک بزرگ تر از یک، وجود دارد؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

۲۷. یک تاس سالم را سه بار به طور متوالی پرتاب می کنیم، احتمال رو شدن حداقل یک بار عدد ۶ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{36}$ (۲) $\frac{41}{108}$ (۳) $\frac{91}{216}$ (۴) $\frac{31}{72}$

۲۸. تاس همگنی را سه بار پرتاب می کنیم. اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده یک عدد فرد است، احتمال این که لااقل یکی از تاس های رو شده ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{15}{36}$

۲۹. در جعبه اول ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه، و در جعبه دوم ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه قرار دارند. از جعبه اول یک مهره به دلخواه خارج و در جعبه دوم می اندازیم. سپس دو مهره از جعبه دوم بیرون می آوریم. با کدام احتمال، لااقل یکی از این دو مهره، سفید است؟

- (۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{34}{45}$ (۳) $\frac{38}{45}$ (۴) $\frac{23}{27}$

۳۰. در دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $P(A \cap B) = 0/1$ ، $P(A \cup B) = 0/6$ و با فرض $P(B') > P(B)$ ، احتمال وقوع پیشامد B ، کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۴ (۱)

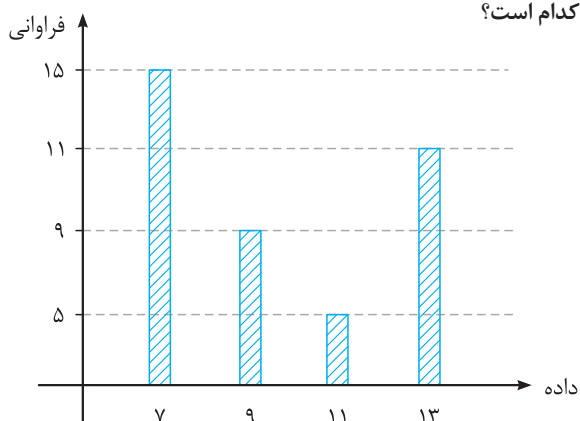
۳۱. با توجه به نمودار میله‌ای فراوانی داده‌های کمی گسسته، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

۰/۳ (۱)

۰/۴ (۲)

۰/۵ (۳)

۰/۶ (۴)



۳۲. فرض کنید خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی سه‌رقمی m بر n به ترتیب، ۲۹ و ۱۷ باشند، تعداد عددهای طبیعی m بخش‌پذیر بر ۵، کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۳۳. در مجموعه اعداد طبیعی اگر $d = (3n^2 - 2n + 6, 3n + 5)$ و $d \neq 1$ باشد، عدد d کدام است؟

۵۳ (۴)

۴۷ (۳)

۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

۳۴. اگر عدد $3^n - 1$ بر عدد ۱۰۵ بخش‌پذیر باشد، تعداد اعداد دو رقمی n ، کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۳۵. پنج برابر عدد دو رقمی $\overline{aa}$ را در سمت چپ $\overline{aa}$ قرار داده و آن را m می‌نامیم. m همنهشت کدام عدد زیر، به پیمانه ۱۸۳۷ است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

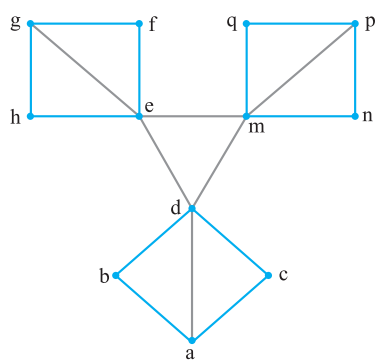
۳۶. درجه رأس‌های یک گراف ۵، ۴، ۴، ۳، ۱ است. چند دور با طول ۴، موجود است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)



۳۷. در گراف زیر، تعداد مجموعه‌های متمایز احاطه‌گر مینیمال، کدام است؟

۸ (۱)

۶ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

۳۸. در یک گراف ۵ رأسی K - منتظم با بیشترین مقدار ممکن K ، تعداد دورها با طول ۴، کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)

کنکور سراسری ۱۳۹۹

۱. گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: (زیرا $A \subset B$) $B - A' = B \cap A = A$

گزینه ۲: (زیرا $A \subset B$) $A - B' = A \cap B = A$

گزینه ۳: (زیرا $A \subset B$) $A \cap B' = A - B = A - (A \cap B) = \emptyset$

گزینه ۴: $B \cap A' = B - A = B - (B \cap A) = B - A \neq \emptyset$

۲. گزینه ۴ طبق قانون جذب داریم:

$$\begin{aligned} & (A - B) \cup [(B \cap C)' \cap (B' \cup A) - B] \\ &= (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap ((B' \cup A) \cap B')] \\ &= (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap B'] = (A \cap B') \cup B' = B' \end{aligned}$$

۳. گزینه ۳ از رابطه $A \times B = B \times A$ ، با توجه به غیر تهی بودن A و B ، می‌توان نتیجه گرفت $A = B$. با توجه به عضوهای A و B داریم:

$$\left(\begin{cases} z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} z=4 \\ t-1=1 \end{cases} \right), \left(\begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \end{cases} \right)$$

بنابراین برای زوج مرتب (z, t) دو حالت $\{(1, 5), (4, 2)\}$ و برای زوج مرتب (x, y) نیز دو حالت $\{(3, 7), (5, 5)\}$ خواهیم داشت. بنابراین برای مجموعه به صورت $\{(x, y), (z, t)\}$ ، در کل $2 \times 2 = 4$ حالت خواهیم داشت.

۴. گزینه ۱

$$\begin{aligned} p \Leftrightarrow q &\equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \\ &\equiv [(\sim p \vee q) \wedge p] \vee [(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \\ &\equiv [(\underbrace{\sim p \wedge p}_F) \vee (q \wedge p)] \vee [(\underbrace{\sim p \wedge \sim q}_F) \vee (q \wedge \sim q)] \\ &\equiv (q \wedge p) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv [(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)] \end{aligned}$$

۵. گزینه ۲ می‌دانیم عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن ۵ یا ۰ باشد. داریم:

$$\begin{cases} \frac{8 \times 8 \times 7 \times 1}{5} = 448 \\ \frac{9 \times 8 \times 7 \times 1}{5} = 504 \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد کل} = 448 + 504 = 952$$

۶. گزینه ۴ می‌دانیم جمله‌های بسط $(a+b+c)^{12}$ ، به صورت $a^{x_1}b^{x_2}c^{x_3}$ می‌باشد که در آن $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ است. تعداد جمله‌های بسط مورد نظر برابر با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله فوق می‌باشد. داریم:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 12 \\ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} &= \binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = 91 \end{aligned}$$

پس تعداد جمله‌های بسط $(a+b+c)^{12}$ برابر ۹۱ می‌باشد.

۷. گزینه ۲ چنانچه ۳ کتاب ادبی، ۲ کتاب هنر و ۳ کتاب ریاضی از جعبه برداریم، حداکثر ۳ کتاب هم‌موضوع خواهیم داشت. حال اگر یک کتاب دیگر برداریم، به ۳ کتاب ادبی یا به ۳ کتاب ریاضی، یک کتاب دیگر اضافه می‌شود و در این صورت مطمئن هستیم حداقل ۴ کتاب هم‌موضوع داریم. بنابراین حداقل ۹ کتاب باید از جعبه برداشته شود.

۸. گزینه ۳ پیشامد A را مجموعه مضارب دورقمی ۳ و پیشامد B را مجموعه مضارب دورقمی ۵ در نظر می‌گیریم. $P(A \cup B)$ را می‌خواهیم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30+18-6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

۹. گزینه ۱ ابتدا با توجه به شرط داده شده، تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای جدید را می‌یابیم:

تعداد حالت‌هایی که مجموع سه تاس فرد شود:

$$\underbrace{3^3}_{\text{هر سه فرد}} + \underbrace{\binom{3}{2} \times 3^2}_{\text{دو تاس زوج و یکی فرد}} = 27 + 18 = 45$$

اکنون متمم پیشامد مطلوب عبارت است از:

تعداد حالت‌هایی که مجموع سه تاس فرد بوده و در هیچ تاسی عدد ۲ ظاهر نشود:

$$\underbrace{3^3}_{\text{هر سه فرد}} + \underbrace{\binom{3}{2} \times 2^2 \times 3}_{\text{دو تاس زوج و غیر ۲ و یکی فرد}} = 27 + 36 = 63$$

$$P = 1 - \frac{63}{108} = \frac{108-63}{108} = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$

۱۰. گزینه ۲

$$\left\{ \begin{aligned} & \text{حداقل یکی از ۲ مهره ۱ طرف اول} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ سیاه باشد.} \\ & \text{حداقل یکی از ۲ مهره ۱ طرف دوم} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ سیاه باشد.} \\ & \text{حداقل یکی از ۲ مهره ۱ طرف سوم} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ سیاه باشد.} \end{aligned} \right. \Rightarrow 1 - \frac{\binom{4}{2}}{\binom{9}{2}} = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36}$$

$$P = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \left(\frac{30}{36}\right) = \frac{1}{3} + \frac{5}{18} = \frac{11}{18}$$

۱۱. گزینه ۲

$$P(A) = 0/4, P(B) = 0/3$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 0/25 \xrightarrow{P(A)=0/4}$$

$$P(A \cap B) = 0/4 \times 0/25 = 0/1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{0/3 - 0/1}{1 - 0/4} = \frac{0/2}{0/6} = \frac{1}{3}$$

۱۲. گزینه ۳ داده‌های نمودار را در قالب جدول فراوانی زیر نمایش می‌دهیم:

(x_i) داده‌ها	۷	۱۲	۱۳	۱۷	۱۹
فراوانی نسبی	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۳۵	۰/۱	۰/۲۵

طبق قاعده خطی میانگین، می‌دانیم $x + b = \bar{x} + b$ بنابراین داریم:

$x_i - 13$	-۶	-۱	۰	۴	۶
$\frac{f_i}{n}$	۰/۱۲	۰/۱۸	۰/۳۵	۰/۱	۰/۲۵

۱۶. گزینه ۲

جدول ارزش مکانی $\overline{aabb} = (\overline{cc})^2$

$$1000a + 100a + 10b + b = (10c + c)^2$$

$$\Rightarrow 1100a + 11b = (11c)^2 \Rightarrow 11(100a + b) = 11 \times 11 \times c^2$$

$$\xrightarrow{\div 11} 100a + b = 11c^2 \Rightarrow 100a + b \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow a + b \equiv 0 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow a + b = 11 \xrightarrow{1 \leq a < 9, 0 \leq b < 9}$$

a	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
b	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲

از طرفی عدد چهاررقمی $\overline{aabb}$ مربع کامل است، پس رقم b نمی تواند ۲، ۷، ۳ و ۸ باشد. یعنی فقط حالت های زیر باقی می ماند:

a	۲	۵	۶	۷
b	۹	۶	۵	۴

بنابراین ۳ یا ۱ یا ۱- یا $a - b = -7$ که با توجه به گزینه ها، فقط عدد ۳ قابل قبول است.

۱۷. گزینه ۴) گراف مورد نظر را می توان به صورت مقابل رسم کرد:

با توجه به گراف، فقط دورهایی به طول ۴ خواهیم داشت که تعداد آن ها برابر است با تعداد حالت های انتخاب دو رأس از ۴ رأس درجه ۲، داریم:

$$\text{تعداد کل دورها} = \binom{4}{2} = 6$$

به عنوان مثال، یکی از دورهای مورد نظر به صورت $acbd$ می باشد. در حالت کلی، دورهای مورد نظر به صورت $a?b?a$ می باشد که دو جای خالی را می توانیم با ۴ رأس وسط (درجه ۲) پر کنیم که تعداد انجام این عمل برابر می باشد $\binom{4}{2} = 6$ است.

۱۸. گزینه ۱) بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: مجموعه $\{a, e, g\}$ ، رأس d را احاطه نمی کند، بنابراین احاطه گر مینیمال نیز نیست.

گزینه ۲: $\{a, f, g\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس a ، خودش، با حذف رأس f ، رأس d و با حذف رأس g ، رأس h احاطه نمی شود.

گزینه ۳: $\{b, c, g\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس b ، رأس d و با حذف رأس c ، رأس e و با حذف رأس g ، رأس h احاطه نمی شود.

گزینه ۴: $\{c, f, h\}$ مینیمال است، زیرا با حذف رأس c یا f یا h ، خود این رأس ها احاطه نمی شوند.

۱۹. گزینه ۲) می دانیم در گراف p رأسی و k - منتظم و اندازه q ، $2q = pk$ می باشد. همچنین $0 \leq k \leq p-1$ است. با توجه به فرض های سؤال داریم:

$$2q = pk \xrightarrow{\text{باید زوج باشد}} k = 0 \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۴$$

اگر $k = 0$ ، گراف تهی و اگر $k = 6$ گراف کامل به دست می آید که مطلوب نیست. بنابراین k فقط مقادیر ۲ یا ۴ را می تواند اختیار کند.

$$\overline{x-13}$$

$$= 0/12 \times (-6) + 0/18 \times (-1) + 0/35 \times (0) + 0/1 \times (4) + 0/25 \times (6)$$

$$\Rightarrow \overline{x-13} = -0/72 - 0/18 + 0 + 0/4 + 1/5 = 1$$

$$\Rightarrow \overline{x-13} = 1 \Rightarrow \overline{x} = 14$$

۱۳. گزینه ۲) با توجه به قضیه تقسیم داریم:

$$a = 430q + q^2, 0 \leq q^2 < 430 \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} 1 \leq q \leq 20$$

از طرفی می دانیم $a \equiv 0 \pmod{9}$ بنابراین:

$$430q + q^2 \equiv 0 \pmod{9} \xrightarrow{430 \equiv 7} 7q + q^2 \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow q(7+q) \equiv 0 \pmod{9}$$

از آنجا که q و $q+7$ هم زمان نمی توانند مضرب ۹ باشند، خواهیم داشت:

$$q \equiv 0 \pmod{9} \xrightarrow{1 \leq q \leq 20} q = 9, 18$$

یا

$$q + 7 \equiv 0 \pmod{9} \xrightarrow{1 \leq q \leq 20} q = 2, 11, 20$$

بنابراین ۵ مقدار طبیعی برای q و همچنین برای a خواهیم داشت.۱۴. گزینه ۴) اگر $(a, b) = d$ و $[a, b] = c$ را در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \end{cases}, (a', b') = 1$$

$$[a, b] = a'b'd \xrightarrow{\text{طبق فرض و } (a, b) = d} c = 60d \Rightarrow a'b'd = 60d$$

$$\Rightarrow a'b' = 60 \quad (I)$$

$$a + b = (a' + b')d = 136 \quad (II)$$

همچنین:

از تقسیم رابطه (II) بر (I) خواهیم داشت:

$$\frac{(a' + b')d}{a'b'} = \frac{136}{60} \xrightarrow{(a', b') = 1} \frac{a' + b'}{a'b'} = \frac{136}{60}$$

$$\begin{cases} a' = 60 \\ b' = 1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a' = 20 \\ b' = 3 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a' = 15 \\ b' = 4 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a' = 12 \\ b' = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a' = 60 \\ b' = 1 \end{cases} \Rightarrow (60 + 1)d = 136 \Rightarrow d = \frac{136}{61} \quad \times$$

$$\begin{cases} a' = 20 \\ b' = 3 \end{cases} \Rightarrow (20 + 3)d = 136 \Rightarrow d = \frac{136}{23} \quad \times$$

$$\begin{cases} a' = 15 \\ b' = 4 \end{cases} \Rightarrow (15 + 4)d = 136 \Rightarrow d = \frac{136}{19} \quad \times$$

$$\begin{cases} a' = 12 \\ b' = 5 \end{cases} \Rightarrow d = 136 \Rightarrow d = \frac{136}{17} = 8 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow a - b = (a' - b')d = (12 - 5) \times 8 = 56$$

۱۵. گزینه ۳) می دانیم $217 = 7 \times 31$ ، بنابراین داریم:می دانیم $31 \equiv 1 \pmod{7}$ و $217 \equiv 1 \pmod{7}$ ، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 217 \equiv 1 \\ 23 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (217)^3 \equiv 1 \\ (23)^5 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 217^3 \equiv 1 \\ 217^5 \equiv 1 \end{cases}$$

برای آن که رابطه $217 - 1 \equiv 2^n$ برقرار باشد، باید $n = 15$ باشد، داریم:

$$9 < n \leq 99 \Rightarrow 9 < 15k \leq 99 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} 6 \leq k \leq 6 \Rightarrow k = 6$$

بنابراین ۶ عدد دورقمی برای n خواهیم داشت.

کنکور خارج از کشور ۱۳۹۹

۲۰. گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:

$$A \cap B = \emptyset \xrightarrow{B' \cup} B' \cup (A \cap B) = \frac{B' \cup \emptyset}{B'} = B'$$

$$\Rightarrow B' \cup A = B' \Rightarrow A \subset B'$$

گزینه ۲:

$$A - B' = A \cap B = \emptyset$$

گزینه ۳:

$$A \cap B' = A - B = A - \underbrace{(A \cap B)}_{\emptyset} = A$$

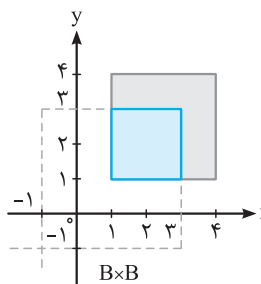
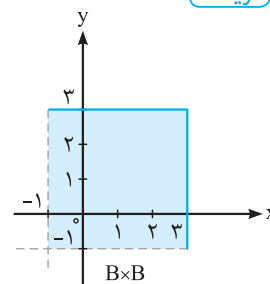
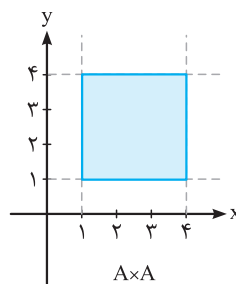
۲۱. گزینه ۲

$$(A - \underbrace{(A \cap B')}_{\frac{A-B}{A \cap B}}) \cup (B \cap (A \cap B'))$$

$$= (A \cap B) \cup [B \cap (A' \cup B')] = (A \cap B) \cup (B \cap A')$$

$$= B \cap \underbrace{(A \cup A')}_U = B$$

۲۲. گزینه ۲



اکنون $A \times A - B \times B$ را رسم می‌کنیم:
برای یافتن مساحت نمودار
 $A \times A - B \times B$ کافی است از
مساحت مربع 3×3 مساحت مربع
 2×2 را کم کنیم.

۲۳. گزینه ۱

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$$

$$= p \vee (\underbrace{\sim q \wedge q}_F) \equiv p \vee F \equiv p$$

۲۴. گزینه ۱ کل اعداد چهاررقمی با ارقام غیر تکراری عبارتند از:

غیر صفر
↓
حالت ۹ × حالت ۹ × حالت ۸ × حالت ۷

غیر صفر
↓
حالت ۸ × حالت ۸ × حالت ۷ × حالت ۶

$$9 \times 9 \times 8 \times 7 - 8 \times 8 \times 7 \times 6 = 1848$$

پس جواب برابر است با:

۲۵. گزینه ۴

کل جواب‌های صحیح و نامنفی معادله داده شده برابر است با:

$$\binom{11+4-1}{4-1} = \binom{14}{3} = 364$$

اکنون تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله را با شرط $x \geq 5$ می‌یابیم:

$$\xrightarrow[\text{قرار می‌دهیم}]{x \text{ شی در } 5} x' + y + z + t = 11 - 5 \Rightarrow \binom{6+4-1}{4-1} = \binom{9}{3} = 84$$

$$364 - 84 = 280$$

طبق روش مضمم، جواب برابر است با:

۲۶. گزینه ۲ اگر عدد ۱ و تمام اعداد اول موجود در مجموعه (اعداد ۲، ۳،

۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹) را خارج کنیم، در این صورت تا سقف ۱۱ عدد اگر انتخاب شود، مقسوم‌علیه هر دوتای آن‌ها برابر ۱ است. حال با خارج کردن عدد دوازدهم، مطمئن هستیم یک عدد مرکب خارج شده است و ب.م.م. غیر ۱ حاصل می‌شود.

۲۷. گزینه ۳

(هیچ بار ۶ ظاهر نشود) $1 - P(\text{حداقل یک بار ۶ ظاهر شود})$

$$= 1 - \frac{5 \times 5 \times 5}{6^3} = \frac{91}{216}$$

۲۸. گزینه ۲ «؟» طبق شرط داده شده، در فضای نمونه جدید، هر سه عدد فردند یا دو عدد زوج و یکی فرد است. یعنی تعداد عضوهای فضای نمونه جدید عبارت است از:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3}_{\text{هر سه فرد}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{دو تا زوج}} \times \underbrace{3}_{\text{یکی فرد}} = 108$$

اکنون برای یافتن پیشامد مطلوب، طبق روش مضمم عمل می‌کنیم. یعنی تعداد حالت‌هایی را می‌یابیم که هیچ کدام از اعداد ظاهر شده در فضای نمونه‌ای جدید، ۳ نباشد، که برابر است با:

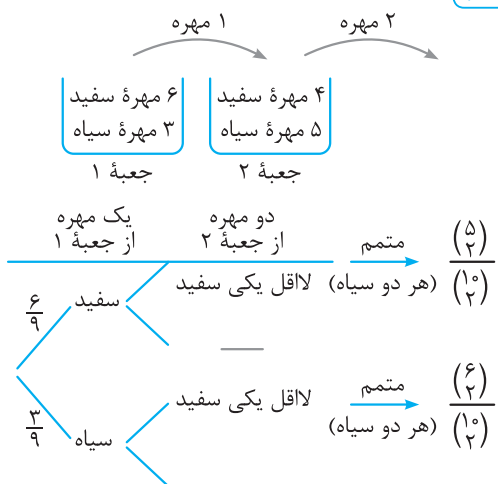
$$\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{هر سه فرد و غیر ۳}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{دو تا زوج و غیر ۳}} \times \underbrace{2}_{\text{یکی فرد و غیر ۳}} = 62$$

پس احتمال مطلوب عبارت است از:

$$1 - \frac{62}{108} = \frac{46}{108}$$

که پاسخ صحیح در گزینه‌ها موجود نیست.

۲۹. گزینه ۱



جواب عبارت است از:

$$1 - \left[\frac{6}{9} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{9} \times \frac{5}{9} \right] = \frac{20}{27}$$

۳۰. گزینه ۳ چون A و B پیشامدهای مستقل هستند، پس

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0/1 \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0/1$$

$$P(A \cup B) = 0/6 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/6$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = 0/7$$

حال چون جوابهای معادله $2^n - 1 \equiv 0$ یا $2^n \equiv 1$ را می‌خواهیم، پس n باید مضربی از ۱۲ باشد، یعنی $n = 12k$. حال عددهای دورقمی n را می‌خواهیم، پس:

$$10 \leq 12k \leq 99 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 8$$

۳۵. (گزینه ۱) بنابر آنچه گفته شده عدد $5 \times aa$ در جایگاه صدگان و هزارگان و عدد aa در جایگاه یکان و دهگان قرار می‌گیرد. بنابرین عدد موردنظر به شکل $\overline{aa}aa$ است و در نتیجه داریم:

$$5 \times \overline{aa} = 5(10a + a) = 5 \times 11a = 55a$$

$$\overline{aa}aa = (55a) \times 100 + a \times 10 + a = 5511a + a = 3 \times 1837 \times a$$

$$\overline{aa}aa \equiv 0 \pmod{1837}$$

۳۶. (گزینه ۴) نخست نمودار گراف را می‌کشیم. همان‌گونه که در شکل دیده

می‌شود، گراف موردنظر با برداشتن یک یال از K_5 و افزودن یک یال به رأسی از درجه Δ به‌دست می‌آید. تعداد دورهای به طول ۴ در این گراف برابر $\frac{(5-1)!}{2} = 5 \times 3 = 15$ است. حال باید دورهایی که یال ab را دارند از این تعداد کم کنیم. این دورها عبارتند از:

a, b, d, c, a ، a, b, c, d, a ، a, b, e, c, a ، a, b, c, e, a ، a, b, d, e, a و a, b, e, d, a . بنابرین $15 - 6 = 9$ دور به‌طول ۴ در این گراف وجود دارد.

آبرای این منظور دو رأس b, a و دو رأس از c, d, e انتخاب می‌گردد و جواب دو برابر می‌شود (زیرا هر بار یک چهارضلعی و یک پروانه

حاصل می‌گردد)، پس باید $2 \times \binom{2}{2} \binom{3}{2} = 6$ دور به طول ۴ کم کنیم که $15 - 6 = 9$ دور به‌طول ۴ وجود دارد.

۳۷. (گزینه ۱) به‌نظر می‌رسد منظور از کلمهٔ مینیمال، مینیمم است، که در این صورت ۸ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم وجود دارد، که عبارت‌اند از:

$$\{\downarrow d, \downarrow a, \downarrow p, \downarrow m, \downarrow g, \downarrow e\} \Rightarrow \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 8$$

۳۸. (گزینه ۴) گراف ۵ رأسی k -منتظم که k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، گراف کامل ۵ رأسی است و $k = 4$ منتظم است. حال تعداد دورهای به‌طول ۴ در گراف k_5 برابر است با:

$$\binom{5}{4} \frac{(4-1)!}{2} = 5 \times \frac{3!}{2} = 15$$

بنابرین جمع و ضرب دو عدد $P(A)$ و $P(B)$ داده شده است، بنابرین $P(A)$ و

$P(B)$ ریشه‌های معادلهٔ $x^2 - 0.7x + 0.1 = 0$ هستند. از حل این معادله داریم:

$$x^2 - 0.7x + 0.1 = 0 \Rightarrow (x - 0.5)(x - 0.2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0.5 \text{ یا } 0.2$$

حال چون $P(B') > P(B)$ ، پس $P(B) = 0.2$ و $P(A) = 0.5$.

۳۹. (گزینه ۴) اگر داده‌ها را از روی نمودار بازیابی کنیم، به‌دست می‌آوریم:

$$\underbrace{7, 7, \dots, 7}_{15} \quad \underbrace{9, 9, \dots, 9}_{9} \quad \underbrace{11, 11, \dots, 11}_{5} \quad \underbrace{13, 13, \dots, 13}_{11}$$

حال میانهٔ این ۴۰ داده، میانگین دو دادهٔ وسط است که هر دو برابر ۹ هستند. بنابرین میانهٔ داده‌ها برابر ۹ است. میانگین این ۴۰ داده نیز برابر است با:

$$\frac{15 \times 7 + 9 \times 9 + 5 \times 11 + 11 \times 13}{40} = \frac{160 + 224}{40} = 9.6$$

$$9.6 - 9 = 0.6$$

بنابرین تفاضل میانه از میانگین برابر است با:

۴۰. (گزینه ۱) از آنچه در تست گفته شده می‌توان نتیجه گرفت

$m = n \times 29 + 17$ و نیز $M = 5k$. بنابرین به کمک هم‌نهمی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} m \equiv 17 \pmod{29} \Rightarrow m \equiv 2 \times 29 + 17 \pmod{29} \Rightarrow m \equiv 75 \pmod{29} \\ m \equiv 0 \pmod{5} \Rightarrow m \equiv 5 \times 15 \pmod{5} \Rightarrow m \equiv 75 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\frac{(29, 5)=1}{29 \times 5=145} \Rightarrow m \equiv 75 \pmod{145} \Rightarrow m = 145t + 75$$

بنابرین عددهای طبیعی مانند m به شکل $m = 145t + 75$ موردنظر است که سه رقمی باشند، پس:

$$100 \leq 145t + 75 \leq 999 \Rightarrow \frac{25}{145} \leq t \leq \frac{924}{145} \simeq 6.3$$

$$\Rightarrow 1 \leq t \leq 6$$

از سوی دیگر بنا بر ویژگی رابطهٔ تقسیم باید $n > 17$ ، بنابرین فقط $t = 4, 5, 6$ قابل قبول هستند، یعنی سه عدد با ویژگی‌های مورد نظر یافت می‌شود.

۴۱. (گزینه ۴) بنا به تعریف ب.م.م می‌توان گفت:

$$(3n^2 - 2n + 6, 3n + 5) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 3n + 5 \\ \frac{3n^2 - 2n + 6}{3n + 5} \rightarrow d \mid 3n^2 + 5n \\ d \mid 3n^2 - 2n + 6 \end{cases}$$

$$\rightarrow d \mid (3n^2 + 5n) - (3n^2 - 2n + 6) \Rightarrow d \mid 7n - 6$$

حال می‌توان نوشت:

$$d \mid 7n - 6 \Rightarrow d \mid 3(7n - 6) \rightarrow d \mid (21n + 35) - (21n - 18)$$

$$d \mid 3n + 5 \Rightarrow d \mid 7(3n + 5)$$

$$\Rightarrow d \mid 53 \xrightarrow{\text{عدد اول}} d = 53 \text{ یا } d = 1 \xrightarrow{d \neq 1} d = 53$$

۴۲. (گزینه ۳) چون $105 = 3 \times 5 \times 7$ ، پس می‌توان گفت:

$$\left. \begin{aligned} 2^4 &\equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \\ 2^2 &\equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \\ 2^3 &\equiv 1 \Rightarrow 2^{12} \equiv 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2^{12 \times 3 \times 5} \equiv 1 \Rightarrow 2^{105} \equiv 1$$



مجموعه ریاضی

نظام جدید

رشته ریاضی
کاملترین کتابهای مرور و
جمع بندی کنکور در ۱۴ ساعت

فروشگاه اینترنتی: shop.mehromah.ir

فروشگاه تلفنی: ۰۲۱ ۶۶۴۷۹۳۱۱

کنکور پیوم

بسته ویژه شبیه سازی فضای کنکور

هماهنگ
شده با نظام
جدید

بارها
و بارها جلسه
کنکور را تجربه
کنید!

کنکور
رابه خانه ببرید

بهترین
ابزار شبیه سازی
جلسه کنکور



جداول
برنامه ریزی
و ثبت نتایج
آزمون ها

- ۱۰ دفترچه عمومی
- ۱۰ دفترچه اختصاصی
- ۱۰ پاسخ برگ
- پاکت کلیدها
- کتابچه استراتژی کنکور



رشته ریاضی

رشته تجربی

رشته انسانی

عمومی

آزمون + PLUS



آزمون‌های
تفکیکی

آزمون‌های
جامع

پاسخ‌های
تشریحی

نکات
کلیدی

آزمون

آزمون‌های
ترکیبی



درسنامه
مختصر

فرمول‌نامه

پاسخ‌نامه
کلیدی



فروشگاه اینترنتی: shop.mehromah.ir



فروشگاه تلفنی: ۶۶۴۷۹۳۱۱

